

# EL ALGORITMO DEL PERCEPTRÓN

A continuación, veremos el algoritmo de convergencia de ajuste de pesos para realizar el aprendizaje de perceptrón (aprendizaje por corrección de error) con  $n$  elementos procesales de entrada y un único elemento procesal de salida.

## 1 Inicialización de los pesos y del umbral

Inicialmente se asignan los valores aleatorios a cada uno de los pesos  $w$ , de las conexiones y al umbral ( $-w_0 = \theta$ ).

## 2 Presentación de un nuevo par (entrada, salida esperada)

Presentar un nuevo patrón de entrada  $x_p = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ , junto con la salida esperada  $d(t)$

## 3 Cálculo actual

$$y(t) = f \left[ \sum_i w_i(t) x_i(t) - \theta \right]$$

siendo  $f(x)$  la función de transferencia del escalón.

## 4 Adaptación de pesos

$$w_i(t+1) = w_i(t) + \alpha [d(t) - y(t)] x_i(t) \\ (0 \leq i \leq N)$$

Donde  $d(t)$  representa la salida deseada, y será 1 si el patrón pertenece a la clase A, y -1 si es de la clase B. En estas ecuaciones,  $\alpha$  es un factor de ganancia en el rango 0.0 a 1.0. Este factor debe ser ajustado de forma que satisfaga tanto los requerimientos de aprendizaje rápido como la estabilidad de las estimaciones de los pesos (en el ejemplo de la operación OR, se considera  $\alpha = 1$ ). Este proceso se repite hasta que el error que se produce para cada uno de los patrones (diferencia entre el valor de salida deseado y obtenido) es cero o bien menor que un valor preestablecido. Obsérvese que los pesos no se cambian si la red ha tomado la decisión correcta.

## 5 Volver al paso 2

Este algoritmo es extensible al caso de múltiples neuronas en la capa de salida. El perceptrón será capaz de aprender a clasificar todas sus entradas, en un número finito de pasos, siempre y cuando el conjunto de los patrones de entrada sea linealmente separable. En tal caso, puede demostrarse que el aprendizaje de la red se realiza en un número finito de pasos.

A continuación se muestra el ajuste de los pesos de las conexiones de una red que debe realizar la función **OR** utilizando el método expuesto. En este ejemplo se va a realizar un umbral distinto de cero mediante la conocida conexión con entrada a 1 para aumentar el número de posibles soluciones del problema.

**a** Sean los valores elegidos aleatoriamente:

$$w_0 = 1.5$$

$$w_1 = 0.5$$

$$w_2 = 1.5$$

**b** Se van tomando uno a uno los cuatro patrones de entrada y se aplica el método explicado

**b.1)** Se toma el patrón de entrada 00:

**Entradas:**  $x_1 = 0; x_2 = 0; x_0 = 1$

**Pesos:**  $w_1(t) = 0.5; w_2(t) = 1.5; w_0(t) = 1.5$

**Nety:**  $0(0.5) + 0(1.5) + 1(1.5) = 1.5$

**Salida que produce  $f$ :**  $1(Nety \geq 0)$

**Salida que debe dar:(deseada) = 0**

**Error que se comete:(deseada - obtenida) =  $0 - 1 = -1$**

**Pesos modificados:**

$$w_1(t+1) = 0.5 + (-1)0 = 0.5$$

$$w_2(t+1) = 1.5 + (-1)0 = 1.5$$

$$w_0(t+1) = 1.5 + (-1)1 = 0.5$$

**b.2)** Se toma el patrón de entrada 01:

**Entradas:**  $x_1 = 0; x_2 = 1; x_0 = 1$

**Pesos:**  $w_1(t) = 0.5; w_2(t) = 1.5; w_0(t) = 0.5$

**Nety:**  $0(0.5) + 1(1.5) + 1(0.5) = 2$

**Salida que produce  $f$ :(obtenida) 1**

**Salida que debe dar:**(deseada) = 1  
**Error que se produce:**(deseada - obtenida) = 1 - 1 = 0  
**Los pesos no se modifican**  $w_i(t+1) = w_i(t)$

**b.3)** Se toma el patrón de entrada 10:

**Entradas:**  $x_1 = 1; x_2 = 0; x_0 = 1$   
**Pesos:**  $w_1(t) = 0.5; w_2(t) = 1.5; w_0(t) = 0.5$   
**Nety:**  $1(0.5) + 0(1.5) + 1(0.5) = 1$   
**Salida que produce  $f$ :**(obtenida) 1  
**Salida que debe dar:**(deseada) = 1  
**Error que se produce:**(deseada - obtenida) = 1 - 1 = 0  
**Los pesos no se modifican**  $w_i(t+1) = w_i(t)$

**b.4)** Se toma el patrón de entrada 11:

**Entradas:**  $x_1 = 1; x_2 = 1; x_0 = 1$   
**Pesos:**  $w_1(t) = 0.5; w_2(t) = 1.5; w_0(t) = 0.5$   
**Nety:**  $1(0.5) + 1(1.5) + 1(0.5) = 2.5$   
**Salida que produce  $f$ :**(obtenida) 1  
**Salida que debe dar:**(deseada) = 1  
**Error que se produce:**(deseada - obtenida) = 1 - 1 = 0  
**Los pesos no se modifican**  $w_i(t+1) = w_i(t)$

**C** Se toman de nuevo los cuatro patrones de entrada

**c.1)** Se toma de nuevo el patrón de entrada 00:

**Entradas:**  $x_1 = 0; x_2 = 0; x_0 = 1$   
**Pesos:**  $w_1(t) = 0.5; w_2(t) = 1.5; w_0(t) = 0.5$   
**Nety:**  $0(0.5) + 0(1.5) + 1(0.5) = 0.5$   
**Salida que produce  $f$ :**(obtenida) 1  
**Salida que debe dar:**(deseada) = 0  
**Error que se produce:**(deseada - obtenida) = 0 - 1 = -1  
**Pesos modificados:**

$$w_1(t+1) = 0.5 + (-1)0 = 0.5$$

$$w_2(t+1) = 1.5 + (-1)0 = 1.5$$

$$w_0(t+1) = 0.5 + (-1)1 = -0.5$$

**c.2)** Se toma el patrón de entrada 01:

**Entradas:**  $x_1 = 0; x_2 = 1; x_0 = 1$   
**Pesos:**  $w_1(t) = 0.5; w_2(t) = 1.5; w_0(t) = -0.5$   
**Nety:**  $0(0.5) + 1(1.5) + 1(-0.5) = 1$   
**Salida que produce  $f$ :**(obtenida) 1

**Salida que debe dar:**(deseada) = 1

**Error que se produce:**(deseada - obtenida) = 1 - 1 = 0

**Los pesos no se modifican**  $w_i(t+1) = w_i(t)$

**c.3)** Se toma el patrón de entrada 10:

**Entradas:**  $x_1 = 1; x_2 = 0; x_0 = 1$

**Pesos:**  $w_1(t) = 0.5; w_2(t) = 1.5; w_0(t) = -0.5$

**Nety:**  $1(0.5) + 0(1.5) + 1(-0.5) = 0$

**Salida que produce f:**(obtenida) 1

**Salida que debe dar:**(deseada) = 1

**Error que se produce:**(deseada - obtenida) = 1 - 1 = 0

**Los pesos no se modifican**  $w_i(t+1) = w_i(t)$

**c.4)** Se toma el patrón de entrada 11:

**Entradas:**  $x_1 = 1; x_2 = 1; x_0 = 1$

**Pesos:**  $w_1(t) = 0.5; w_2(t) = 1.5; w_0(t) = -0.5$

**Nety:**  $1(0.5) + 1(1.5) + 1(-0.5) = 1.5$

**Salida que produce f:**(obtenida) 1

**Salida que debe dar:**(deseada) = 1

**Error que se produce:**(deseada - obtenida) = 1 - 1 = 0

**Los pesos no se modifican**  $w_i(t+1) = w_i(t)$

**d** Se toman de nuevo los cuatro patrones de entrada

**d.1)** Se toma el patrón de entrada 00:

**Entradas:**  $x_1 = 0; x_2 = 0; x_0 = 1$

**Pesos:**  $w_1(t) = 0.5; w_2(t) = 1.5; w_0(t) = -0.5$

**Nety:**  $0(0.5) + 0(1.5) + 1(-0.5) = -0.5$

**Salida que produce f:**(obtenida) 0

**Salida que debe dar:**(deseada) = 0

**Error que se produce:**(deseada - obtenida) = 0 - 0 = 0

**Los pesos no se modifican**  $w_i(t+1) = w_i(t)$

**d.2)** Se toma el patrón de entrada 01:

**Entradas:**  $x_1 = 0; x_2 = 1; x_0 = 1$

**Pesos:**  $w_1(t) = 0.5; w_2(t) = 1.5; w_0(t) = -0.5$

**Nety:**  $0(0.5) + 1(1.5) + 1(-0.5) = 1$

**Salida que produce f:**(obtenida) 1

**Salida que debe dar:**(deseada) = 1

**Error que se produce:**(deseada - obtenida) = 1 - 1 = 0

**Los pesos no se modifican**  $w_i(t+1) = w_i(t)$

**d.3)** Se toma el patrón de entrada 10:

**Entradas:**  $x_1 = 1; x_2 = 0; x_0 = 1$

**Pesos:**  $w_1(t) = 0.5; w_2(t) = 1.5; w_0(t) = -0.5$

**Nety:**  $1(0.5) + 0(1.5) + 1(-0.5) = 0$

**Salida que produce  $f$ :**(obtenida) 1

**Salida que debe dar:**(deseada) = 1

**Error que se produce:**(deseada - obtenida) =  $1 - 1 = 0$

**Los pesos no se modifican**  $w_i(t + 1) = w_i(t)$

**d.4)** Se toma el patrón de entrada 11:

**Entradas:**  $x_1 = 1; x_2 = 1; x_0 = 1$

**Pesos:**  $w_1(t) = 0.5; w_2(t) = 1.5; w_0(t) = -0.5$

**Nety:**  $1(0.5) + 1(1.5) + 1(-0.5) = 1.5$

**Salida que produce  $f$ :**(obtenida) 1

**Salida que debe dar:**(deseada) = 1

**Error que se produce:**(deseada - obtenida) =  $1 - 1 = 0$

**Los pesos no se modifican**  $w_i(t + 1) = w_i(t)$

No se comete algún error, por lo tanto, la etapa de aprendizaje concluye