

EL ALGORITMO DEL PERCEPTRÓN

1 El algoritmo del perceptrón: teoría y aplicación práctica

El perceptrón es un modelo de clasificación lineal cuya meta es ajustar sus pesos mediante un proceso iterativo basado en el error cometido al clasificar patrones. En esta sección se presenta una explicación clara del algoritmo de aprendizaje y posteriormente se desarrolla un ejemplo completo aplicado a la función OR.

1.1 Descripción teórica del algoritmo

Sea una neurona con entradas $x_0 = 1$ (entrada fija asociada al umbral), x_1, x_2, \dots, x_n y pesos correspondientes w_0, w_1, \dots, w_n . Para cada patrón, el perceptrón calcula

$$Net(t) = \sum_{i=0}^n w_i(t)x_i(t),$$

y a partir de este valor, determina su salida mediante la función escalón bipolar:

$$y(Net) = \begin{cases} +1, & Net(t) \geq 0, \\ -1, & Net(t) < 0. \end{cases}$$

Cada patrón viene acompañado de una salida deseada $d(t) \in \{-1, +1\}$. El error cometido al clasificar el patrón es

$$e(t) = d(t) - y(t).$$

El ajuste de pesos sigue la regla:

$$w_i(t+1) = w_i(t) + \alpha e(t) x_i(t).$$

El parámetro α es la tasa de aprendizaje y controla la magnitud de las correcciones. Cuando $e(t) = 0$, no se realizan cambios. El proceso se repite iterativamente para todos los patrones hasta que ninguno produzca error o se alcance un criterio de parada establecido.

1.2 Ejemplo práctico: aprendizaje del perceptrón para la función OR

Para ilustrar el algoritmo, se aplica el procedimiento anterior a la función OR con dos entradas. Se emplea la codificación bipolar (-1 para “0”, y $+1$ para “1”) y se trabaja con un término de sesgo mediante $x_0 = 1$. Los pesos iniciales se asignan de manera arbitraria para iniciar el proceso.

Pesos iniciales y parámetros

$$w_0 = -0.3, \quad w_1 = 0.2, \quad w_2 = -0.4, \quad \alpha = 1.$$

Los patrones de entrada bipolarizados son:

(x_1, x_2)	Entrada real	d
$(-1, -1)$	00	-1
$(-1, +1)$	01	$+1$
$(+1, -1)$	10	$+1$
$(+1, +1)$	11	$+1$

A continuación se muestra cada iteración del algoritmo organizada en ciclos que recorren todos los patrones.

Ciclo 1

Patrón 1: $(-1, -1)$

Entradas:

$$x_0 = 1, \quad x_1 = -1, \quad x_2 = -1.$$

Pesos actuales:

$$w_0 = -0.3, \quad w_1 = 0.2, \quad w_2 = -0.4.$$

Cálculo de la entrada neta:

$$Net = (-0.3)(1) + (0.2)(-1) + (-0.4)(-1) = -0.1.$$

Salida producida:

$$y = -1.$$

Salida deseada:

$$d = -1.$$

Error:

$$e = d - y = 0.$$

Actualización:

No hay cambios.

Patrón 2: $(-1, +1)$

Entradas:

$$x_0 = 1, x_1 = -1, x_2 = +1.$$

Cálculo de Net:

$$Net = (-0.3) + (-0.2) + (-0.4)(+1) = -0.9.$$

Salida producida:

$$y = -1.$$

Salida deseada:

$$d = +1.$$

Error:

$$e = 2.$$

Actualización:

$$w_0 \leftarrow -0.3 + (2)(1) = 1.7,$$

$$w_1 \leftarrow 0.2 + (2)(-1) = -1.8,$$

$$w_2 \leftarrow -0.4 + (2)(+1) = 1.6.$$

Patrón 3: $(+1, -1)$

Entradas:

$$x_0 = 1, x_1 = +1, x_2 = -1.$$

Cálculo de Net:

$$Net = (1.7)(1) + (-1.8)(1) + (1.6)(-1) = -1.7.$$

Salida producida:

$$y = -1.$$

Salida deseada:

$$d = +1.$$

Error:

$$e = 2.$$

Actualización:

$$w_0 \leftarrow 1.7 + 2 = 3.7,$$

$$w_1 \leftarrow -1.8 + 2 = 0.2,$$

$$w_2 \leftarrow 1.6 + (2)(-1) = -0.4.$$

Patrón 4: $(+1, +1)$

Entradas:

$$x_0 = 1, \quad x_1 = +1, \quad x_2 = +1.$$

Cálculo de Net:

$$Net = 3.7 + 0.2 + (-0.4) = 3.5.$$

Salida producida:

$$y = +1.$$

Salida deseada:

$$d = +1.$$

Error:

$$e = 0.$$

Actualización:

No hay cambios.

Ciclo 2**Patrón 1:** $(-1, -1)$

$$Net = 3.7(-1) + 0.2(-1) + (-0.4)(-1) = 3.9.$$

Salida:

$$y = +1, \quad d = -1.$$

Error:

$$e = -2.$$

Actualización:

$$w_0 \leftarrow 3.7 - 2 = 1.7,$$

$$w_1 \leftarrow 0.2 + (-2)(-1) = 2.2,$$

$$w_2 \leftarrow -0.4 + (-2)(-1) = 1.6.$$

Patrón 2: $(-1, +1)$

$$Net = 1.7 + (-2.2) + 1.6 = 1.1.$$

Salida:

$$y = +1, \quad d = +1, \quad e = 0.$$

Sin cambios.

Patrón 3: $(+1, -1)$

$$Net = 1.7 + 2.2 + (-1.6) = 2.3.$$

Salida:

$$y = +1, \quad d = +1, \quad e = 0.$$

Sin cambios.

Patrón 4: $(+1, +1)$

$$Net = 1.7 + 2.2 + 1.6 = 5.5.$$

Salida:

$$y = +1, \quad d = +1, \quad e = 0.$$

Sin cambios.

Ciclo 3**Patrón 1:** $(-1, -1)$

$$Net = 1.7 + (-2.2) + (-1.6) = -2.1.$$

Salida:

$$y = -1, \quad d = -1, \quad e = 0.$$

Sin cambios.

Patrón 2, 3 y 4

Para estos patrones:

$$Net > 0 \quad \Rightarrow \quad y = +1 = d.$$

No se realizan ajustes.

Concluye el entrenamiento: ningún patrón produce error.