Voltage Stability assessment with Ranking of Contingencies using QV sensibility

M. A. Ríos, *IEEE member*, C. J. Zapata, *IEEE member*, O. Gómez e J. L. Sánchez, *IEEE Student member*

***Abstract*— Critical contingencies ranking is one of the most used tools by expansion and operation planners in power systems in order to determine risky security conditions. Some approaches have been proposed, for instance analysis of QV sensibility using modal analysis tools. This paper compares some approaches concerning to contingencies ranking using modal analysis of the Jacobian matrix, which include participation factors analysis, aggregated participation factors and nodal sensibility analysis. The methodologies were used in Matlab and proved with the test system IEEE 118 nodes.**

***Keywords*— Contingencies Ranking, Modal analysis, Operation Power Systems Planning, QV Sensibility.**

I. Introducción

En el estudio de la seguridad de sistemas de potencia se dedica un especial interés en la evaluación de la estabilidad de voltaje del sistema y, aún más, en determinar que elementos del sistema pueden llevar a condiciones indeseables de inestabilidad del mismo.

Así pues, surge la necesidad de evaluar el impacto en la seguridad cuando se presentan contingencias en el sistema. Sin embargo, es bien sabido que las evaluaciones exhaustivas donde se analiza contingencia por contingencia son computacionalmente exigentes y, en ocasiones, no suministran mayor información que la encontrada del análisis de una selección apropiada de contingencias.

El ordenamiento de las contingencias por su criticidad en la estabilidad de voltaje es una de las herramientas más requeridas por parte de los planeadores de expansión y operación de los sistemas de potencia con el fin de determinar condiciones riesgosas para la seguridad del sistema. Varios enfoques se han planteado, entre ellos el análisis de sensibilidad QV por medio de técnicas de análisis modal.

Este trabajo se financió con recursos otorgados por COLCIENCIAS y XM S.A. E.S.P. provenientes del Convenio Interadministrativo de Cooperación Técnicas No. 055-SENA y 030-2005 COLCIENCIAS.

M. A. Ríos es Profesor Asociado del Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica, Universidad de Los Andes, Bogotá, Colombia, mrios@uniandes.edu.co.

C. J. Zapata es Profesor Asociado, Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira, Colombia, cjzapata@utp.edu.co.

O. Gómez es Profesor Asistente, Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira, Colombia, jr@utp.edu.co.

J. L. Sánchez es estudiante de maestría en ingeniería eléctrica, Universidad de Los Andes, Bogotá, Colombia, jose-san@uniandes.edu.co.

Este artículo compara algunas propuestas concernientes al ordenamiento de contingencias empleando el análisis modal de la matriz Jacobiana, las cuales incluyen análisis de factores de participación, factores de participación agregados y análisis de sensibilidad nodal.

La sección II presenta la teoría básica del análisis modal propuesto en [1] junto con el concepto de factores de participación de ramas. A su vez, se presenta el análisis de valores singulares propuesto en la misma época. En la sección III. Se presentan tres propuestas de ordenamiento de contingencias consideradas críticas para la estabilidad de voltaje y fundamentadas en el análisis modal. La sección IV compara la aplicación de estas metodologías de ordenamiento ("ranking") de contingencias empleando el sistema de pruebas IEEE de 118 nodos.

II. Análisis Modal

A. Fundamento Teórico

Es bien sabido que los problemas de estabilidad de voltaje en los sistemas de potencia están asociados al comportamiento de la potencia reactiva – voltaje (QV) del sistema, en función de las características de la red, la cargabilidad del sistema, entre otros aspectos.

Así, se han planteado algunas técnicas basadas en el análisis de condiciones operativas ("snapshots") empleando técnicas de análisis de estado estable (o estático) que representan más que un análisis estático un análisis de gradientes de la respuesta de los voltajes del sistema ante cambios incrementales de la demanda; es decir, un análisis de sensibilidad QV [1].

La sensibilidad QV se deduce a partir de la condición operativa analizada en función de la matriz Jacobiana del flujo de carga correspondiente a dicha condición. Así, la ecuación que relaciona el comportamiento de variaciones entre potencias inyectadas en los nodos y los voltajes de los mismos está expresada como:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{P\theta} & J_{PV} \\ J_{Q\theta} & J_{QV} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \tag{1}$$

Esta ecuación corresponde a la representación linealizada del sistema de potencia alrededor del punto de operación bajo análisis [2], [3].

Los análisis de sensibilidad QV requieren determinar una expresión que muestre la sensibilidad entre estas dos variables a partir de (1). Así, haciendo $\Delta P=0$, se llega a una expresión entre ΔQ y ΔV por medio de la matriz Jacobiana Reducida (J_R)

[1], [2], [3], [4]:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{P\theta} & J_{PV} \\ J_{Q\theta} & J_{QV} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \tag{2}$$

$$\Delta Q = \left[-J_{Q\theta} J_{P\theta}^{-1} J_{PV} + J_{QV} \right] \Delta V \tag{3}$$

$$\Delta Q = J_R \Delta V \quad y \quad \Delta V = J_R^{-1} \Delta Q \tag{4}$$

Como se observa J_R es la matriz que relaciona directamente las variaciones en magnitud del voltaje con las variaciones en magnitud de la potencia reactiva inyectada en cada nodo (gradientes).

B. Análisis de Valores Propios

El análisis modal corresponde al análisis de valores y vectores propios de la matriz de sensibilidades QV o J_R. De esta forma se caracteriza el comportamiento particular de cada modo de sensibilidad y por medio del análisis vectorial se puede determinar la influencia de las inyecciones de carga reactiva en ciertos nodos sobre los modos de sensibilidad, análisis conocido como factores de participación nodal.

Así, se determinan las sensibilidades modales a partir del proceso de diagonalización de J_R, de la siguiente forma [1], [2], [3]:

$$J_R = \xi \Lambda \eta \qquad y \qquad J_R^{-1} = \xi \Lambda^{-1} \eta \tag{5}$$

tal que el incremento de voltaje en los nodos está dado por:

$$\Delta V = \xi \Lambda^{-1} \eta \, \Delta Q = \sum_{i=1}^{m} \frac{\xi_i \eta_i}{\lambda_i} \Delta Q_i \tag{6}$$

Siendo ξ_i la i-ésima columna de ξ, η_i la i-ésima fila de η, y λ_i es la fila y columna i de Λ. Como $\xi^{-1} = \eta$, la ecuación (6) puede ser escrita de la forma:

$$\eta \, \Delta V = \Lambda^{-1} \eta \, \Delta Q \qquad v = \Lambda^{-1} q \tag{7}$$

donde $\boldsymbol{v}$ y $\boldsymbol{q}$ son las variaciones modales de voltaje y potencia reactiva respectivamente y relacionadas:

$$v_i = \frac{q_i}{\lambda_i} \tag{8}$$

El sistema es estable en voltaje si λ_i es positivo, ya que garantiza que un incremento en la magnitud de la potencia reactiva inyectada en el nodo, conlleva a un incremento en la magnitud del voltaje de dicho nodo.

En condiciones de equilibrio siempre los valores λ_i son positivos; sin embargo, los más críticos son aquellos que se acercan a la frontera de estabilidad de voltaje, es decir cuando la sensibilidad modal se invierte (negativa); en otras palabras, los modos críticos son aquellos que se acercan al 0.

De otra parte, la importancia relativa de cada nodo (k) en la dinámica o sensibilidad de cada sensibilidad modal (i) está dada por medio del factor de participación nodal (p_{ki}) definido por:

$$p_{ki} = \xi_{ki} \eta_{ik} \tag{9}$$

Como los factores de participación resultantes son valores normalizados cuya suma sobre todos los nodos para un modo en particular es igual a 1, se tiene que cuando mayor sea el valor del factor de participación mayor es la influencia del nodo k en la sensibilidad del modo i. En conclusión, el análisis ofrece un medio de detectar los nodos críticos para el sistema en cuanto a sensibilidad QV.

C. Análisis de Valores Singulares

En [4] se propone un análisis de valores singulares de la matriz JR dada en (3), dado que la descomposición en valores singulares (svd) es un método de descomposición ortonormal y es una técnica que permite determinar la singularidad de una matriz, que en problema aquí tratado, significa singularidad en la matriz Jacobiana de (1), lo que indica que el flujo de carga no tendría solución en dicho caso.

Así, la svd de la matriz Jacobiana reducida se expresa como:

$$J_R = U \Sigma V^T = \sum_{i=1}^{n} \sigma_i u_i v_i^T \tag{10}$$

Donde U y V son ortonormales y los vectores u_i y v_i son vectores columna de U y V, respectivamente, asociados al valor singular σ_i.

La metodología propuesta en [4] y [5] busca identificar el mínimo valor singular junto con los vectores singulares. El mínimo valor singular se interpreta como una medida de proximidad a la singularidad (inestabilidad), el vector v_i indica sensibilidad de voltajes y u_i indica la dirección más sensitiva a los cambios de potencia reactiva.

Así, al detectar el mínimo valor singular y calcular el vector singular de derecha se identifican los nodos más sensibles (o críticos) en el comportamiento más crítico o próximo a la inestabilidad de voltaje.

III. Ordenamiento de Contingencias Críticas

El análisis de la seguridad de sistemas de potencia incluyendo seguridad de voltaje, requiere de diferentes técnicas para simulación y de identificación de casos a estudiar. Así, se requiere de métodos que fácil y rápidamente permitan determinar en un sistema de potencia cuales son las contingencias que afectan la sensibilidad QV, acercando al sistema a la inestabilidad de voltaje (singularidad).

Esto se traduce o bien a analizar el impacto que puede tener una contingencia en el comportamiento de los valores propios o de los valores singulares de la matriz J_R.

A. Factores de Participación de Ramas

En [2] y [3] se define el factor de participación (PF) de las ramas (líneas y transformadores) como una medida de la participación de cada rama en el comportamiento de cada λ_i. Así, el PF de la rama lj asociado al modo i es:

$$P_{lj-i} = \frac{\Delta Q_{lj-i}}{\Delta Q_{l-\max(i)}} \tag{11}$$

lo cual indica que para cada modo i, cuales ramas consumen la mayor cantidad de potencia reactiva dado en incremental modal de carga reactiva.

Para calcular el factor de participación $Plj\text{-}i$, $\Delta V^{(i)}$ y $\Delta\theta^{(i)}$ deben calcularse previamente en función de las variaciones modales i de potencia reactiva. Haciendo q la variación modal i de potencia reactiva, tal que $q_{ii}=1$ y $q_{ij}=0$ (i<>j), se tiene que las variaciones nodales de potencia reactiva $\Delta Q^{(i)}$ son:

$$\eta\, \Delta Q^{(i)} = q \qquad \Delta Q^{(i)} = \eta^{-1} q = \xi_i \tag{12}$$

donde ξ_i es la i-ésima columna del vector propio de derecha, para luego calcular $\Delta V^{(i)}$ con (4). Las variaciones angulares ($\Delta\theta^{(i)}$) se calculan asumiendo $\Delta P=0$. Así:

$$0 = J_{P\theta}\Delta\theta^{(i)} + J_{PV}\Delta V^{(i)} \tag{13}$$

$$\Delta\theta^{(i)} = -J_{P\theta}^{-1} J_{PV}\Delta V^{(i)} \tag{14}$$

La propuesta de [1], [2], [3] es la de determinar el mínimo valor propio (o dominante) y en función de sus vectores propios de izquierda y derecha seleccionar como contingencias críticas las ramas con los mayores factores de participación (calculados con (11) para el modo i), es decir con mayor importancia relativa en la dinámica de la sensibilidad modal QV crítica.

B. Sensibilidad Nodal

En [6] se propone un análisis nodal que parte de la reformulación de (1) por reordenamiento de las ecuaciones de potencia activa y reactiva por nodos para determinar las sensibilidades PQ-Vθ, así:

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix}_{dif-i} \\ \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix}_{i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix}_{dif-i} \\ \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix}_{i} \end{bmatrix} \tag{15}$$

Donde se separan las ecuaciones correspondientes al nodo i o conjunto de nodos de interés (i) del resto del sistema (*dif-i*). Las submatrices A, B, C, y D son submatrices de la matriz Jacobiana reordenada.

Asumiendo que la variación incremental de carga, tanto activa como reactiva, es en el nodo i o grupo de nodos de interés (i), se llega a:

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{dif-i} \\ \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix}_{i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix}_{dif-i} \\ \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix}_{i} \end{bmatrix} \tag{16}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix}_{i} = [D'] \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix}_{i} \tag{17}$$

Donde

$$[D'] = [D] - [C][A]^{-1}[B] \tag{18}$$

Como se puede observar, el planteamiento es similar al de (4); sin embargo, solo considera un nodo o un conjunto de nodos de interés y, además, incluye sensibilidad de potencia activa y reactiva con respecto a los ángulos y voltajes.

La criticidad de un nodo es medida con base en la distancia a la singularidad de la matriz Jacobiana (A, B, C, D). De acuerdo con la formula de Schur:

$$\det[J] = \det[A] \times \det[D'] \tag{19}$$

Por lo tanto, la singularidad de la matriz Jacobiana está dada por la singularidad de [*D'*]. Así, cuando menor sea el determinante de D' mayor será la criticidad.

La propuesta en [6] es emplear para cada nodo i el planteamiento de (16), calcular su respectiva matriz D' con (18) y calcular el determinante. El ordenamiento de nodos críticos lo dará este determinante, siendo más crítico los nodos con menor det[D'].

Si se asume $\Delta P_i=0$, se tiene el mismo procedimiento solo conservando la ecuación de incremental de potencia reactiva para el nodo o grupo de nodos de interés (i), obteniéndose la sensibilidad QV.

Para el análisis de contingencias (ramas fuera de servicio), los autores de [6] proponen hacer el análisis del determinante de la matriz [D'] por grupos de nodos asociados a cada línea. Así, para la línea ij se construyen dos conjuntos de nodos I y J donde se incluyen todos los nodos conectados a i y a j, respectivamente. Las contingencias críticas serán aquellas que arrojan los menores valores en los determinantes.

C. Factores de Participación Agregados

El análisis de factores de participación de ramas propuesto en [1] se basa en el valor propio dominante. Sin embargo, como lo ha indicado [7] al presentarse una contingencia severa, ésta puede hacer modificar el valor propio dominante de la matriz J_R.

Como una alternativa, en [8] se propone utilizar información de todos los valores propios de J_R teniendo en cuenta la importancia relativa de cada uno de ellos.

Cada modo de J_R representa una dimensión en el espacio de la sensibilidad QV. Al mismo tiempo, la magnitud de cada valor propio determina la importancia relativa de cada modo en la sensibilidad QV.

Por tal razón, el factor de participación de la rama ***j*** (APF_j), que incluye la importancia relativa de cada sensibilidad QV modal y el factor de participación de la rama ***j*** en cada modo J_R está dado por:

$$APF_j = f(\omega_i, P_{ji}) \tag{20}$$

$$APF_j = \sum_{i=1}^{N} \omega_i\, P_{ji} \tag{21}$$

Donde P_{ji} es calculado usando (11) y N es el orden de la matriz J_R (número de λ's).

Como la distancia al eje negativo de λ define los modos críticos y teniendo en cuenta que el modo más crítico es el que tiene el menor valor de λ (el λ es siempre un número real positivo en los sistemas estables de voltaje), el peso del factor de participación de cada rama en (21) es definido como:

$$\omega_i = \frac{1/\lambda_i}{\sum_{j=1}^{N} 1/\lambda_j} \tag{22}$$

Cabe anotar que:

$$\sum_{i=1}^{N} APF_i \neq 1.0 \tag{23}$$

Entonces, el factor de participación agregado normalizado está dado por:

$$NAPF_i = \frac{APF_i}{\sum_{j=1}^{N} APF_j} \tag{24}$$

Por lo tanto, este factor de participación da la importancia relativa de cada rama, teniendo en cuenta los múltiples efectos en varios modos.

El factor de participación agregado modificado (*MAPF*) es definido teniendo en cuenta que cada modo representa una dimensión particular en el espacio de sensibilidad QV. De tal manera, que el *MAPF* es definido como:

$$\begin{aligned} MAPF_j &= \left\| WPF_j \right\| \\ WPF_j &= \left[\omega_1 P_{j1} \quad \cdots \quad \omega_i P_{ji} \quad \cdots \quad \omega_N P_{jN} \right] \end{aligned} \tag{25}$$

Como en el APF, el MAPF es un índice no normalizado. Entonces la normalización del MAPF es calculada como:

$$NMAPF_i = \frac{MAPF_i}{\sum_{j=1}^{N} MAPF_j} \tag{26}$$

El APF, y también el MAPF, dan la importancia relativa de cada rama en el comportamiento de la sensibilidad QV modal. Por ende, un valor alto del *APFj* (o *MAPFj*) indica que la rama ***j*** es un componente crítico que tiene un gran impacto en la seguridad de voltaje del sistema de potencia.

Entonces, la lista de ramas es ordenada de forma descendiente, de tal manera que el primer conjunto de ramas son las contingencias críticas que deben ser seleccionadas para el calculo de seguridad usando CPF.

El conjunto de contingencias críticas es definido basado en un índice normalizado acumulativo. Por tal razón, una vez la lista de ramas es ordenada, el NAPF acumulativo (o NMAPF) es calculado. Como punto de corte del primer conjunto es tomado un alto valor acumulativo, establecido como el factor acumulativo crítico.

IV. Análisis Comparativo

A. Sistema de Prueba

El sistema IEEE de 118 nodos se empleó como sistema de prueba, examinando las metodologías anteriores para la condición de demanda máxima (43,75 p.u. en base de 100MVA). El sistema consta de 118 nodos, 186 ramas de las cuales 12 son radiales y cuya contingencia formarían islas en el sistema.

Los nodos se distribuyen en dos subsistemas, el primero a 345 kV y el segundo a 138 kV que se interconecta a éste a través de 8 transformadores de 345/138 kV (ver Apéndice).

B. Resultados

Los algoritmos de evaluación se programaron en Matlab empleando algunas de las rutinas del programa PSAT [9]. El análisis modal del caso de prueba se corrió en un PC Intel(R) Core(TM)2 CPU 6600 2,4Ghz 1,99 GB de RAM y consumió 2,2031 segundos de CPU.

La Tabla I presenta los 5 menores valores propios de la matriz Jacobiana reducida dada en (3) y en (4); como puede observarse estos valores son reales positivos, indicando sensibilidad positiva entre voltaje y potencia reactiva, resultado esperado en condiciones normales de estabilidad.

TABLA I
VALORES PROPIOS CRÍTICOS – ANÁLISIS MODAL J_R

Modo	λ
1	1,6501
2	2,5436
3	3,1683
4	3,4414
5	4,7144

La Tabla II presenta, para cada uno de los cinco modos descritos en la Tabla I, los nodos con mayor influencia en el comportamiento del modo determinado con base en los factores de participación nodal, igualmente presentados en la tabla. Solamente se presentan los nodos más significativos.

La Tabla III y la Tabla IV presentan los factores de participación de ramas para los 5 modos de la Tabla I. Se observa que el primer modo se ve afectado fuertemente por la línea 8-9 del sistema de 345 kV.

Si bien la Tabla II muestra los nodos que afectan el comportamiento de un modo, se observa que las ramas que afectan el mismo modo no necesariamente están conectadas a los nodos obtenidos por el análisis modal. Por ejemplo, el modo 1, presenta un grupo de nodos ubicados en el subsistema de 138 kV del sistema IEEE 118 nodos en el área de interconexión al sistema de 345 kV a través del transformador 37-38. Las primeras 5 ramas asociadas a este modo muestran que las líneas que más impactan la dinámica son líneas del sistema de 345 kV.

En el segundo modo, también se detecta un grupo de nodos sensibles a este modo QV en un área diferente a la del modo 1. Al igual que en el caso anterior, las 4 principales ramas que afectan la dinámica de este modo son del sistema de 345 kV y, adicionalmente, líneas del área de ubicación de los nodos.

TABLA II
FACTORES DE PARTICIPACIÓN NODAL – ANÁLISIS MODAL J_R

1		2		3		4		5	
Nodo	fp	Nodo	fp	Nodo	fp	Nodo	fp	Nodo	fp
39	0,09	72	0,14	21	0,19	107	0,31	44	0,36
41	0,09	73	0,13	20	0,13	106	0,14	43	0,27
40	0,08	71	0,10	22	0,13	108	0,14	45	0,13
35	0,07	21	0,08	73	0,09	109	0,13	41	0,09
36	0,07	22	0,08	71	0,06	105	0,11	42	0,06
43	0,07	70	0,06	72	0,04	104	0,07	40	0,06
34	0,07	24	0,05	74	0,04	112	0,06	39	0,03
37	0,06	74	0,05	70	0,04	110	0,04		
33	0,05	20	0,05	118	0,04				
42	0,05	118	0,04	76	0,03				

TABLA III
FACTORES DE PARTICIPACIÓN DE RAMAS – MODOS 1 A 3 -ANÁLISIS MODAL J_R

Modo	Nodo Inicial	Nodo Final	Fp de Rama
1	8	9	1,000
	38	65	0,480
	38	37	0,446
	30	17	0,408
	17	31	0,403
	25	27	0,393
	26	30	0,333
	30	38	0,302
	8	30	0,297
	9	10	0,222
	15	17	0,181
	23	32	0,172
	37	40	0,156
	23	25	0,152
	44	45	0,138
	34	43	0,136
	69	75	0,131
	40	42	0,111
	32	113	0,109
	15	33	0,105
2	8	30	1,000
	38	37	0,961
	69	70	0,892
	8	9	0,876
	25	27	0,785
	70	71	0,764
	30	17	0,706
	19	20	0,628
	38	65	0,611
	24	70	0,536
	69	75	0,490
	76	77	0,489
	42	49	0,409
	42	49	0,409
	77	80	0,372
	8	5	0,337
	37	39	0,292
	79	80	0,279
	71	72	0,271
	30	38	0,258
3	22	23	1,000
	19	20	0,755
	8	30	0,541
	26	30	0,502
	19	34	0,340
	69	75	0,283
	8	5	0,271
	8	9	0,267
	25	27	0,232
	76	77	0,226
	77	80	0,169
	21	22	0,159
	17	18	0,157
	70	71	0,142
	15	19	0,140
	30	17	0,139
	33	37	0,133
	20	21	0,132
	38	37	0,132
	79	80	0,128

En los modos 3, 4 y 5 se observa que las líneas de 345 kV afectan el comportamiento de estos modos, pero no en la forma de los modos anteriores. De otra parte, se observa como hay un grupo de ramas asociadas a los nodos críticos de estos modos.

TABLA IV
FACTORES DE PARTICIPACIÓN DE RAMAS – MODOS 4 Y 5 - ANÁLISIS MODAL J_R

Modo	Nodo Inicial	Nodo Final	Fp de Rama
4	110	111	1,000
	8	30	0,760
	8	9	0,735
	103	105	0,597
	30	17	0,462
	26	30	0,421
	100	106	0,418
	8	5	0,354
	103	104	0,313
	109	110	0,253
	100	103	0,245
	9	10	0,178
	104	105	0,177
	38	65	0,156
	100	104	0,149
	79	80	0,125
	69	75	0,122
	77	82	0,114
	77	80	0,104
5	34	43	1,000
	45	46	0,588
	45	49	0,463
	8	30	0,459
	8	9	0,408
	44	45	0,367
	30	17	0,272
	26	30	0,247
	8	5	0,210
	43	44	0,157
	37	40	0,143
	42	49	0,123
	42	49	0,123
	37	39	0,120

Se puede concluir, por lo tanto, que una o varias ramas participan en el comportamiento de sensibilidad QV de varios modos del sistema y una contingencia de estas ramas puede afectar la sensibilidad y comportamiento modal en varias zonas del sistema. Para poder capturar este múltiple efecto el método de factores de participación agregados propone una metodología de ponderación de las importancias relativas.

El indicador NAPF de (24) propone agregar los factores de participación de cada rama teniendo en cuenta la importancia del modo, medida esta como su proximidad al eje (a valores negativos). Así, la Tabla V presenta el ordenamiento de las ramas considerando su efecto ponderado sobre todos los modos. Dicha tabla presenta solo las 22 ramas cuyo NAPF supera 0,01.

Las primeras 8 ramas corresponden al sistema de 345 kV ubicados al Oeste del mismo. Nótese que no hay ramas de la zona Este del sistema de 345 kV. Característica que se había observado individualmente en los 5 modos de la Tabla I, pero aquí en forma agregada.

El indicador MNAPF de (26) agrega los factores de participación con base en la proximidad vectorial al origen del plano complejo de valores propios. La Tabla VI presenta el ordenamiento de las primeras 22 ramas.

Se puede observar que los resultados de ordenamiento no son muy diferentes entre usar el criterio NAPF o el criterio NMAPF.

TABLA V
ORDENAMIENTO DE CONTINGENCIAS SIMPLES POR NAPF

Rama	Nodo Inicial	Nodo Final	NAPF	Modos (Tabla III y Tabla IV)
37	8	30	0,0814	1, 2, 3, 4, 5
7	8	9	0,0783	1, 2, 3, 4, 5
36	30	17	0,0498	1, 2, 3, 4, 5
38	26	30	0,0463	1, 3, 4, 5
8	8	5	0,0360	2, 3, 4, 5
96	38	65	0,0246	1, 4
9	9	10	0,0199	1, 4
51	38	37	0,0192	1, 2, 3
33	25	27	0,0173	1, 2, 3
116	69	75	0,0171	1, 2, 3, 4
123	77	80	0,0155	2, 3, 4
125	79	80	0,0149	3, 4
118	76	77	0,0133	2, 3
128	77	82	0,0132	4
155	94	100	0,0123	
54	30	38	0,0115	1
167	100	106	0,0113	4
166	103	105	0,0112	4
25	19	20	0,0103	2, 3
108	69	70	0,0102	2
31	23	25	0,0101	
148	80	96	0,0100	

TABLA VI
ORDENAMIENTO DE CONTINGENCIAS SIMPLES POR NMAPF

Rama	Nodo Inicial	Nodo Final	NMAPF	Modos (Tabla III y Tabla IV)
7	8	9	0,0499	1, 2, 3, 4, 5
37	8	30	0,0419	1, 2, 3, 4, 5
36	30	17	0,0286	1, 2, 3, 4, 5
51	38	37	0,0269	1, 2, 3
33	25	27	0,0259	1, 2, 3
38	26	30	0,0243	1, 3, 4, 5
96	38	65	0,0230	1, 4
108	69	70	0,0204	2
25	19	20	0,0197	2, 3
29	22	23	0,0185	3
176	110	111	0,0180	4
8	8	5	0,0179	2, 3, 4, 5
110	70	71	0,0174	3
118	76	77	0,0152	
116	69	75	0,0150	1, 2, 3, 4
39	17	31	0,0141	1
60	34	43	0,0140	5
54	30	38	0,0124	1
109	24	70	0,0122	2
9	9	10	0,0119	1, 4
123	77	80	0,0114	2, 3, 4
71	49	51	0,0110	

En la Tabla V y en la Tabla VI se incluye una columna donde se asocia cada línea con las ramas que participan en el comportamiento de los modos obtenidos en la Tabla II.

El análisis modal agregado del caso de prueba se corrió en un PC Intel$^{(R)}$ Core$^{(TM)}$2 CPU 6600 2,4Ghz 1,99 GB de RAM y consumió 2,2187 segundos de CPU, lo que muestra un ligero aumento con respecto al análisis modal individual.

De otra parte, la sensibilidad nodal planteada en (19) ofrece otra alternativa de cálculo de nodos críticos y análisis de contingencias. En el cálculo de Det(D') en (19) se emplean sólo los nodos de interés, lo cual en primera instancia puede ser de un nodo en forma individual para establecer un orden de sensibilidad o criticidad. La Tabla VII presenta el ordenamiento de los nodos de acuerdo a esta metodología.

Al comparar con la Tabla II se observa que estos nodos son algunos de los más importantes en el comportamiento modal obtenido por factores de participación de varios modos. Es decir, que en cierta forma, el método de sensibilidad modal captura información agregada del comportamiento modal QV. La cuarta columna de la Tabla VII presenta los modos asociados al nodo de acuerdo a la Tabla II. Adicionalmente, se observa que algunos de los nodos críticos están asociados a ramas de característica radial.

TABLA VII
NODOS CRÍTICOS –SENSIBILIDAD NODAL

orden	Nodo	Det(D')	Modos (Tabla II)
1	87	4,91	Radial
2	117	6,49	Radial
3	43	9,05	1 y 5
4	107	9,31	4
5	72	9,64	2 y 3
6	86	11,90	Radial con nodo 87
7	111	11,98	Radial
8	53	12,70	
9	33	13,32	1
10	112	13,38	4 y Radial

El análisis de cada línea en el cálculo del Det(D'), de acuerdo con (19), se presenta en la Tabla VIII utilizando únicamente como nodos de interés los nodos de conexión de cada línea. La Tabla VIII presenta las primeras 20 líneas ordenadas de acuerdo al Det(D') de menor a mayor. La última columna asocia los modos de criticidad de acuerdo a la Tabla III y la Tabla IV.

La Tabla IX presenta el ordenamiento de las líneas cuando se ha empleado en el cálculo del determinante los nodos vecinos a la línea en estudio. Así, en la tabla se incluye el número de nodos involucrados en el cálculo, el cual incluye los dos nodos de conexión de la rama.

TABLA VIII
LÍNEAS CRÍTICAS –SENSIBILIDAD NODAL

orden	Nodo Inicial	Nodo Final	Det(D')	Modos (según Tabla III y Tabla IV)
1	86	87	58,41	Radial – área 3
2	43	44	123,85	Modo 5
3	106	107	230,07	
4	24	72	246,82	Interconexión áreas 2 y 3
5	52	53	252,71	
6	50	57	280,44	
7	44	45	288,75	Modos 1 y 5
8	21	22	306,76	Modo 3
9	20	21	371,90	
10	45	46	398,48	Modo 5
11	101	102	398,68	
12	46	48	425,65	
13	41	42	430,87	
14	90	91	440,34	
15	85	86	478,31	
16	46	47	481,67	
17	110	111	487,38	Modo 4 y Radial
18	71	72	501,22	
19	110	112	545,95	Radial
20	105	107	570,41	

TABLA IX
LÍNEAS CRÍTICAS –SENSIBILIDAD NODAL

orden	Nodo Inicial	Nodo Final	Número de Nodos (n)	Raíz n de Det(D')
1	86	87	3	13,3
2	85	86	7	21,4
3	44	45	5	21,5
4	21	22	4	22,5
5	20	21	4	23,3
6	43	44	4	24,6
7	110	111	5	24,6
8	110	112	5	24,6
9	45	46	6	25,8
10	71	72	5	26,5
11	71	73	4	26,8
12	109	110	6	26,8
13	84	85	6	27,3
14	85	88	6	27,3
15	51	52	5	27,6
16	23	24	7	29,2
17	46	48	5	29,3
18	105	107	6	29,6
19	83	85	7	29,9
20	100	106	11	30,2

Sin embargo, la dimensión del determinante es función del número de nodos involucrados, es decir de la dimensión de D'; lo cual necesita colocar en la misma escala por medio de la raíz enésima del Det(D') donde n es el número de nodos empleado en el cálculo.

El orden de la Tabla IX se modifica con respecto al de la Tabla VIII al incluir como líneas críticas a algunas de las líneas vecinas a las originalmente estimadas como tal.

V. CONCLUSIONES

Este artículo ha presentado tres metodologías de selección y ordenamiento de contingencias críticas en cuanto a estabilidad de voltaje. Las tres se fundamentan del efecto de las contingencias en el análisis de sensibilidad QV alrededor de un punto de operación.

Aunque las tres metodologías comparten fundamentos presentan importantes diferencias. La metodología de análisis modal sugiere utilizar el modo más crítico, es decir aquel con el menor valor. Sin embargo, es claro que en condiciones de postcontingencia del sistema el modo crítico puede modificarse. Como procedimiento alternativo, se puede considerar un número de modos "críticos" correspondientes a los menores valores propios de la matriz Jacobiana reducida. Sin embargo, el procedimiento queda en términos cualitativos.

La metodología de factores de participación agregados que parte de la metodología de factores de participación del análisis modal QV formula una alternativa de ponderar la dinámica de los diferentes modos de sensibilidad, de tal forma que elimina la subjetividad que puede surgir de un análisis cualitativo como es el que se puede realizar en la metodología de análisis modal de [1].

En la propuesta de agregación de factores de participación se proponen dos metodologías (AFP y MAFP). En el listado de las 20 primeras contingencias se comparten 15; sin embargo, el ordenamiento es algo diferente.

La metodología de análisis nodal empleando el Det(D') asociado a los nodos de interés tiene algunas dificultades, como por ejemplo como determinar el área de interés (equivalente a definir el número de nodos a incluir en el cálculo de D'). De otra parte, el método constituye una forma de ponderación de modos, toda vez que la sensibilidad QV que se calcula es nodal y, por lo tanto, en ésta participan todos aquellos modos QV involucrados en el área de interés.

En cualquiera de las tres metodologías es de crucial importancia el tratamiento de aquellas ramas que están en forma radial al sistema y constituyen "antenas" del mismo. Normalmente, los nodos que se ven afectados por estas ramas son muy sensibles en términos QV y más si estos tienen generación; como es el caso de las ramas 85-86, 86-87, 110-111, 110-112; entre otras.

VI. APÉNDICE

El sistema IEEE 118 nodos tiene un subsistema de 345 kV conformado por las líneas y transformadores listados en la Tabla X. Operativamente y geográficamente se puede dividir en tres áreas: oeste, noroeste, sureste. Las tres áreas están interconectadas por un enlace a 345 kV del que se conecta el resto del sistema a 138 kV. Las áreas también están interconectadas a 138 kV y en cada una de ellas presentan varios anillos en su configuración.

TABLA X
LÍNEAS Y TRANSFORMADORES SISTEMA DE 345 KV

Nodos de Conexión	Tipo	Area
8 – 9	Línea	1 - Oeste
9 - 10	Línea	1 - Oeste
8 - 5	Transformador	1 - Oeste
8 - 30	Línea	1 - Oeste
30 - 26	Línea	1 - Oeste
26 – 25	Transformador	1 - Oeste
30 - 17	Transformador	1 - Oeste
30 - 38	Línea	1 - Oeste
38 - 37	Transformador	1 - Oeste
38 - 65	Línea	Interconexión Áreas 1 y 2
65 - 68	Línea	2 - Noroeste
68 - 116	Línea	2 – Noroeste
68 - 81	Línea	Interconexión Áreas 2 y 3
81 - 80	Transformador	3 - Sureste
68 - 69	Transformador	2 – Noroeste
65 - 66	Transformador	2 – Noroeste
65 - 69	Línea	2 – Noroeste
69 - 61	Transformador	2 – Noroeste
69 - 63	Línea	2 – Noroeste
63 - 59	Transformador	2 – Noroeste

VII. AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen la financiación otorgada al proyecto de investigación "Proyección Operativa de Seguridad de Voltaje" por parte de COLCIENCIAS y XM S.A. E.S.P. provenientes del Convenio Interadministrativo de Cooperación Técnicas No. 055-SENA y 030-2005 COLCIENCIAS.

REFERENCIAS

[1] K. Morison, B. Gao, P. Kundur, "Voltage Stability using Static and Dynamic Approaches", *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 8, no. 3, pp. 1159-1171, agosto 1993.

[2] P. Kundur, *Power System Stability and Control*, New York: McGraw Hill, 1994.
[3] B. Gao, G. K. Morison, and P. Kundur, "Voltage Stability Evaluation Using Modal Analysis," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 7, no. 4, pp. 1529-1542, noviembre 1992.
[4] P.A. Löf, T. Smed, G. Andersson, D.J. Hill, "Fast Calculation of a Voltage Stability Index", *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 7, no. 2, pp. 54-64, febrero 1992.
[5] P.A. Löf, G. Andersson, D.J. Hill, "Voltage Stability Indices for Stressed Power Systems", *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 8, no. 1, pp. 326-335, febrero 1992.
[6] R.B. Prada, J.O.R. dos Santos, "Fast nodal assessment of static voltage stability including contingency analysis", *ELSEVIER Electric Power Systems Research,* vol. 51, pp. 55-59, 1999.
[7] N. Amjady, M. Esmaili, "Application of a New Sensitivity Analysis Framework for Voltage Contingency Ranking", *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 20, no. 2, pp. 973-983, mayo 2005.
[8] M.A. Ríos, H. Amaranto, "Security Assessment of Power Systems using Contingencies Ranked by QV Modal Aggregated Participation Factors", *International Review of Electrical Engineering,* Vol. 2, No. 3, pp. 293-300, mayo-junio 2007.
[9] F. Milano, *Documentation for PSAT version 1.3.4,* Julio 14, 2005

Mario A. Ríos (M'1989) nació en Bogotá, Colombia, en 1968. Es ingeniero Eléctrico (1991) y Magíster en Ingeniería Eléctrica (1992) de la Universidad de Los Andes, Bogotá, Colombia. Doctor en Ingeniería Eléctrica del INPG-LEG (1998), Francia; y Doctor en Ingeniería de la Universidad de Los Andes (1998). Actualmente, es profesor asociado del Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica de la Universidad de Los Andes (Colombia). Anteriormente, fue investigador del MCEE de UMIST y consultor por aprox. 12 años en Consultoría Colombiana S.A. (e-mail: mrios@uniandes.edu.co)

Carlos J. Zapata (S'1993, AM'1997, M'2004) nació en Cartago. Colombia, en 1966. Es ingeniero electricista de la Universidad Tecnológica de Pereira (1991) y magíster en ingeniería eléctrica de la Universidad de Los Andes (1996). Durante 11 años laboró para Consultoría Colombiana S. A. Desde el año 2001 labora como docente e investigador en la Universidad Tecnológica de Pereira. Actualmente es estudiante del programa de doctorado en ingeniería de la Universidad de los Andes. El señor Zapata es miembro de IEEE y CIGRE. (e-mail:cjzapata@utp.edu.co)

Oscar Gómez nació en Pereira, Colombia, el 4 de Abril de 1979. Obtuvo el titulo de Ingeniero Electricista (2003) y de magíster en ingeniería eléctrica (2005) de la Universidad Tecnológica de Pereira, en el año 2003. Desde el año 2006 labora como docente e investigador en la Universidad Tecnológica de Pereira

José Libardo Sánchez ingeniero eléctrico (2008) e ingeniero electrónico (2008) de la Universidad de Los Andes, Bogotá, Colombia. (e-mail: jose-san@uniandes.edu.co)