

# Flujo de Potencia Óptimo con Restricciones de Estabilidad de Voltaje (VSC-OPF)

Mario A. Ríos, Carlos J. Zapata, Oscar Gómez

**Resumen--** Este artículo presenta los modelos matemáticos de tres metodologías del flujo de potencia óptimo con restricción de estabilidad de voltaje (VSC-OPF), su implementación y el efecto causado en el despacho económico.

**Palabras Clave—**Cargabilidad del Sistema, Estabilidad de Voltajes, Selección de Contingencias, Ordenamiento de Contingencias

## I. INTRODUCCIÓN

Debido al continuo crecimiento de la demanda, de las interconexiones con otros sistemas y al incremento de las restricciones económicas y operativas propias de la expansión del sistema, la operación de los sistemas eléctricos de potencia (SEP) aumenta en complejidad. El incremento en la complejidad de la operación del sistema debe estar acompañado del uso de herramientas de análisis que permitan modelar fielmente la operación y permitan al operador de red tomar decisiones con base a análisis matemáticos realizados con anterioridad.

El flujo de potencia óptimo (OPF) es una herramienta matemática usada en el planeamiento operativo de los sistemas de potencia para determinar el despacho de generación que minimiza el costo operativo mejorando las condiciones de operación. Este es un problema de optimización no lineal que representa la operación en estado estacionario del sistema eléctrico de potencia y permite determinar el valor óptimo de las variables de control considerando las restricciones técnicas de operación. Fue propuesto a principios de los años 60 por Carpentier [1] quien además propuso el método de gradiente reducido para su solución. Posteriormente Dommel y Tinney [2] resolvieron el problema usando las ecuaciones de Kuhn–Tucker mediante una combinación del método del gradiente para un grupo conocido de variables independientes y funciones de penalización para violaciones en las restricciones

dependientes.

A partir de los años 70, se han desarrollado diversas metodologías para resolver el problema del OPF que se pueden agrupar en métodos basados en optimización matemática clásica y métodos basados en meta-heurísticas. En el primer grupo se encuentran los métodos de programación no lineal, programación cuadrática, método de Newton, método del gradiente, etc. En el segundo grupo se encuentran los algoritmos evolutivos, métodos de búsqueda y métodos de inteligencia artificial [3], [4], [5].

El crecimiento de la demanda y las interconexiones con otros sistemas, han ocasionado que los sistemas operan cada vez más cerca de sus límites máximos de transferencia de potencia, con la posibilidad de que ocurran eventos de inestabilidad en el sistema, por lo tanto, es necesario tomar medidas preventivas que minimicen el riesgo de sufrir eventos de inestabilidad. En este trabajo se presentan tres metodologías para determinar las condiciones de operación que garantizan el incremento en el margen de estabilidad del sistema a través del OPF, problema conocido en la literatura especializada como “Voltage Security Constrained Optimal Power Flow” (VSC-OPF).

## II. FLUJO DE POTENCIA ÓPTIMO

El flujo de potencia óptimo, busca encontrar la “mejor” solución de las ecuaciones que describen las potencias netas inyectadas en los nodos del SEP (flujo de potencia convencional), bajo un determinado criterio. Por lo tanto, determina las variables de estado ( $V$ ,  $\theta$ ) y las variables de control ( $Pg$ ,  $Qg$ ) óptimas en el SEP, considerando las restricciones impuestas por las ecuaciones de balance de potencia en los nodos ( $g(x)$ ) y las restricciones de operación ( $h(x)$ ). Su formulación básica es:

$$\begin{aligned} \min f(x) \\ \text{s.a. } g(x) = 0 \\ h(x) \leq C \end{aligned} \quad (1)$$

Las variables de decisión del problema dependen del objetivo planteado pero básicamente contienen:

$Pg_i$ : Potencia activa generada en el nodo  $i$ .

$Qg_i$ : Potencia reactiva generada en el nodo  $i$ .

$V_i$ : Magnitud del voltaje en el nodo  $i$ .

$\theta_i$ : Ángulo del voltaje en el nodo  $i$ .

El sistema físico es modelado mediante las restricciones de igualdad que representan el balance de potencias y las restricciones de desigualdad que contienen los límites en las capacidades de los componentes del sistema, las restricciones

---

Este trabajo se financió con recursos otorgados por COLCIENCIAS y XM S.A. E.S.P. provenientes del Convenio Interadministrativo de Cooperación Técnicas No. 055-SENA y 030-2005 COLCIENCIAS.

M. A. Ríos es Profesor Asociado del Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica, Universidad de Los Andes, Bogotá, Colombia (e-mail: [mrios@uniandes.edu.co](mailto:mrios@uniandes.edu.co)).

C. J. Zapata es Profesor Asociado del Programa de Tecnología Eléctrica, Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira, Colombia (e-mail: [cjzapata@utp.edu.co](mailto:cjzapata@utp.edu.co)).

O. Gómez es Profesor Auxiliar del Programa de Tecnología Eléctrica, Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira, Colombia (e-mail: [jr@utp.edu.co](mailto:jr@utp.edu.co)).

de operación y las restricciones de seguridad.

Las ecuaciones que definen el primer conjunto de restricciones del problema ( $g(x)$ ) son:

$$Pg_i - Pd_i = \sum_{k=1}^N V_i \cdot V_k \cdot Y_{ik} \cdot \cos(\theta_i - \theta_k - \delta_{ik}) \quad (2)$$

$$Qg_i - Qd_i = \sum_{k=1}^N V_i \cdot V_k \cdot Y_{ik} \cdot \sin(\theta_i - \theta_k - \delta_{ik}) \quad (3)$$

$$P_{ij} = g_{ij} V_i^2 - g_{ij} V_i V_j \cos(\theta_i - \theta_j) - b_{ij} V_i V_j \sin(\theta_i - \theta_j) \quad (4)$$

$$Q_{ij} = -\frac{bc_{ij}}{2} V_i^2 - b_{ij} V_i^2 + b_{ij} V_i V_j \cos(\theta_i - \theta_j) - g_{ij} V_i V_j \sin(\theta_i - \theta_j) \quad (5)$$

$$S_{ij} = \sqrt{P_{ij}^2 + Q_{ij}^2} \quad (6)$$

Utilizando la forma de las ecuaciones (4, 5, 6) se plantean las ecuaciones para los flujos de potencia  $P_{ji}$ ,  $Q_{ji}$  y  $S_{ji}$ .

Las ecuaciones que definen el segundo grupo de restricciones ( $h(x)$ ), son:

$$V_i^{\min} \leq V_i \leq V_i^{\max} \quad (7)$$

$$\theta_i^{\min} \leq \theta_i \leq \theta_i^{\max} \quad (8)$$

$$S_{ij} \leq S_{ij}^{\max} \quad (9)$$

$$S_{ji} \leq S_{ji}^{\max} \quad (10)$$

$$Pg_i^{\min} \leq Pg_i \leq Pg_i^{\max} \quad (11)$$

$$Qg_i^{\min} \leq Qg_i \leq Qg_i^{\max} \quad (12)$$

donde:

$Pg_i$ : Potencia activa generada en el nodo  $i$ .

$Pd_i$ : Potencia activa demandada en el nodo  $i$ .

$Qg_i$ : Potencia reactiva generada en el nodo  $i$ .

$Qd_i$ : Potencia reactiva demandada en el nodo  $i$ .

$Y_{ik}$ : Valor absoluto del elemento  $i-k$  de la matriz  $Ybarra$ .

$\delta_{ik}$ : Ángulo del elemento  $i-k$  de la matriz  $Ybarra$ .

$V_i$ : magnitud del voltaje en la barra  $i$ .

$\theta_i$ : Ángulo del voltaje en el nodo  $i$ .

$bc_{ij}$ : Admitancia capacitiva de la línea.

$b_{ij}$ : Susceptancia serie de la línea calculada mediante (13).

$g_{ij}$ : Conductancia serie de la línea calculada mediante (14).

$N$ : Cantidad de nodos del sistema.

$$g_{ij} = \frac{r_{ij}}{r_{ij}^2 + xl_{ij}^2} \quad (13)$$

$$b_{ij} = -\frac{xl_{ij}}{r_{ij}^2 + xl_{ij}^2} \quad (14)$$

donde:

$r_{ij}$ : Resistencia serie de la línea  $ij$ .

$xl_{ij}$ : Reactancia inductiva de la línea  $ij$ .

Respecto a la función objetivo, existen diversas funciones que podrían considerarse, entre las que se destacan: la minimización de las pérdidas técnicas, la minimización de los cortes de carga, la minimización del costo de generación, etc.

En este trabajo, se tomó la minimización del costo de operación (potencia generada por cada generador  $Pg_k$  por su costo de oferta  $Cg_k$ ) como el flujo de potencia óptimo base (OPF-1), utilizando la siguiente función objetivo:

$$\text{Min} \sum_{k=1}^{NG} Pg_k \cdot Cg_k \quad (15)$$

### III. FLUJO DE CARGA ÓPTIMO CON RESTRICCIONES DE ESTABILIDAD DE VOLTAJE (VSC-OPF)

Aunque convencionalmente el OPF ha sido utilizado para la minimización del costo operativo (incluyendo pérdidas técnicas), en la literatura especializada se encuentran trabajos dirigidos a la utilización del OPF para mejorar las condiciones de estabilidad de los SEP desde el punto de vista de su cargabilidad. La metodología más difundida [6], [7], [8], [9], [10], utiliza el parámetro de cargabilidad  $\lambda$  usado en el flujo de potencia continuado para determinar el punto de operación que permite maximizar la carga del sistema; sin embargo, existen otras metodologías [11], [12] que mejoran la estabilidad del sistema a través de la maximización de índices de estabilidad. Sin embargo, índices clásicos utilizados normalmente para cuantificar la estabilidad del sistema, pueden ser utilizados como función objetivo dentro de un OPF con sus respectivas restricciones con el fin de incrementar el margen de estabilidad en un SEP.

#### A. VSC-OPF con maximización de cargabilidad (OPF-2).

En [6], un modelo del VSC-OPF es planteado para resolver el problema del planeamiento de la operación del sistema eléctrico de potencia, considerando la estabilidad de voltaje y el despacho económico. El objetivo es obtener una solución para el planeamiento operativo de la red que considere aspectos técnicos y económicos, por lo tanto, se representa el problema mediante una función objetivo que maximiza el margen de estabilidad y minimiza el costo de generación. Para el trabajo realizado, solo se considerará la maximización de cargabilidad del sistema, por lo tanto, el modelo descrito en las ecuaciones (2) a (14) adquiere la siguiente forma:

Max  $\lambda_c$

s.a.

$$Pg_i - Pd_i = \sum_{k=1}^N V_i \cdot V_k \cdot Y_{ik} \cdot \cos(\theta_i - \theta_k - \delta_{ik})$$

$$Qg_i - Qd_i = \sum_{k=1}^N V_i \cdot V_k \cdot Y_{ik} \cdot \text{sen}(\theta_i - \theta_k - \delta_{ik})$$

$$Pg_i \cdot (1 + \lambda_c + k) - Pd_i \cdot (1 + \lambda_c) = \sum_{k=1}^N V_i^C \cdot V_k^C \cdot Y_{ik} \cdot \cos(\theta_i^C - \theta_k^C - \delta_{ik})$$

$$Qg_i^C - Qd_i \cdot (1 + \lambda_c) = \sum_{k=1}^N V_i^C \cdot V_k^C \cdot Y_{ik} \cdot \text{sen}(\theta_i^C - \theta_k^C - \delta_{ik})$$

$$V_i^{\min} \leq V_i \leq V_i^{\max}$$

$$\theta_i^{\min} \leq \theta_i \leq \theta_i^{\max}$$

$$V_i^{\min} \leq V_i^C \leq V_i^{\max}$$

$$\theta_i^{\min} \leq \theta_i^C \leq \theta_i^{\max}$$

$$Pg_i^{\min} \leq Pg_i \leq Pg_i^{\max}$$

$$Qg_i^{\min} \leq Qg_i \leq Qg_i^{\max}$$

$$Qg_i^{\min} \leq Qg_i^C \leq Qg_i^{\max}$$

$$S_{ij}^{\min} \leq S_{ij}, S_{ji} \leq S_{ij}^{\max}$$

$$S_{ij}^{\min} \leq S_{ij}^C, S_{ji}^C \leq S_{ij}^{\max}$$

(16)

En esta formulación se consideran dos conjuntos de ecuaciones para el flujo de carga, una para el estado inicial del sistema y otro para el estado de máxima cargabilidad, por lo tanto, el problema de optimización tratará de encontrar el estado inicial que permite cargar más al sistema sin que se violen los límites de operación. Los dos conjuntos de ecuaciones se encuentran acoplados por la potencia activa generada ( $Pg_i$ ), es decir, esta variable es común a ambos grupos de ecuaciones, sin embargo, en las restricciones de balance nodal para el estado de máxima cargabilidad, se utiliza la variable  $k$ , para representar las pérdidas del sistema que deben alimentarse (nodo slack distribuido).

El parámetro de cargabilidad  $\lambda_c$  es el mismo para el incremento de potencia activa y reactiva, por lo tanto, se asume aumento en la carga del sistema manteniendo el factor de potencia constante. Las restricciones de  $\lambda^{\min}$  y  $\lambda^{\max}$  presentadas en [6] no se requieren dado que el modelo de optimización intentará aumentar la cargabilidad máxima del sistema sujeto a las restricciones de balance nodal y flujos de potencia por las líneas, es decir, no considerará puntos de operación infactibles o inestables.

*B. VSC-OPF mediante la maximización de índices que miden la desviación en los términos de la diagonal del jacobiano (OPF-3).*

En [11], se proponen dos índices que permite valorar que tan lejos se encuentra el sistema de la inestabilidad de voltaje. El método está basado en el hecho de que con el incremento de la carga en un nodo en particular, los elementos de la diagonal ( $\delta Q_i / \delta V_i$  y  $\delta P_i / \delta \theta_i$ ) del jacobiano se reducen hasta llegar a cero, el punto de inestabilidad de voltaje. Los índices propuestos, usan el cambio en los valores de la diagonal ( $\delta Q_i / \delta V_i$  y  $\delta P_i / \delta \theta_i$ ) de la matriz jacobiana con respecto a sus valores en condiciones normales de operación. Los índices, los cuales son calculados para los nodos de carga (PQ), están

definidos como:

$$I_{qi} = \frac{\frac{\partial Q_i}{\partial V_i}}{-B_{ii}} \quad (17)$$

$$I_{pi} = \frac{\frac{\partial P_i}{\partial \theta_i}}{-B_{ii}} \quad (18)$$

donde:

$P_i$ : Es la inyección de potencia activa en el nodo  $i$ .

$Q_i$ : Es la inyección de potencia reactiva en el nodo  $i$ .

$\theta_i$ : Es el ángulo del voltaje del nodo  $i$ .

$B_{ii}$ : Es la suceptancia del elemento  $i$  de la matriz  $Y_{BUS}$ .

El valor umbral de estos índices está definido cómo:

$$I_{qi} = \frac{2 \cdot V_i}{\sum_{j=1, j \neq i}^N \frac{B_{ij}}{-B_{ii}} V_j} - \frac{\sum_{j=1, j \neq i}^N \frac{B_{ij}}{-B_{ii}} V_j}{2 \cdot V_i} \quad (19)$$

y

$$I_{pi} = \frac{\sum_{j=1, j \neq i}^N \frac{B_{ij}}{-B_{ii}} V_j}{2} \quad (20)$$

Para incorporar los índices anteriores en las ecuaciones de flujo de potencia óptimo, al modelo planteado en las ecuaciones (2) a (13) son adicionadas las siguientes ecuaciones:

$$I_{qi} = \frac{-2 \cdot V_i \cdot B_{ii} + \sum_{k=1, (k \neq i)}^{Nb} V_k \cdot Y_{ik} \cdot \text{sen}(\theta_i - \theta_k - \delta_{ik})}{-B_{ii}} \quad (21)$$

$$I_{pi} = \frac{-\sum_{k=1, (k \neq i)}^{Nb} V_i \cdot V_k \cdot Y_{ik} \cdot \text{sen}(\theta_i - \theta_k - \delta_{ik})}{-B_{ii}} \quad (22)$$

Finalmente, la función objetivo adquiere la siguiente forma:

$$\text{Max} \sum_{i \in PQ=1}^N I_{pi} + I_{qi} \quad (23)$$

*C. VSC-OPF mediante la maximización del índice L (OPF-4)*

En [13], se propone una metodología para la valoración de la estabilidad de voltaje haciendo uso de un indicador normalizado ( $L_j$ ) que varía entre 0 (sistema sin carga) y 1 (colapso de voltaje).

El planteamiento del indicador se fundamenta en las relaciones de la teoría de circuitos aplicadas al sistema de potencia. Estas se pueden representarse en forma híbrida, como:

$$\begin{bmatrix} V_L \\ I_G \end{bmatrix} = H \begin{bmatrix} I_L \\ V_G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{LL} & F_{LG} \\ K_{GL} & Y_{GG} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_L \\ V_G \end{bmatrix} \quad (24)$$

Donde  $V_G$  e  $I_G$  son vectores de voltaje y corriente de los nodos de generación y  $V_L$  e  $I_L$  son los vectores de voltaje y corriente en los nodos de carga. La matriz  $H$  se construye a partir de la  $Y_{bus}$  y particularmente el término  $F_{LG}$  se calcula como:

$$\begin{bmatrix} I_G \\ I_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{GG} & Y_{GL} \\ Y_{LG} & Y_{LL} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_G \\ V_L \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$F_{LG} = -(Y_{LL})^{-1} \cdot Y_{LG}$$

Para cualquier nodo de carga  $j$  se tiene que su voltaje está dado por:

$$\bar{V}_j = \sum_{i \in L} \bar{Z}_{ji} \bar{I}_i + \sum_{i \in G} \bar{F}_{ji} \bar{V}_i \quad (26)$$

la cual se puede transformar en:

$$V_j^2 + \bar{V}_{0j} \bar{V}_j^* = \bar{V}_j^* \sum_{i \in L} \bar{Z}_{ji} \bar{I}_i = \frac{S_{j+}^*}{\bar{Y}_{jj+}} \quad (27)$$

donde

$$\bar{V}_{0j} = -\sum_{i \in G} \bar{F}_{ji} \bar{V}_i \quad y \quad \bar{Y}_{jj+} = \frac{1}{Z_{jj}} \quad (28)$$

$V_{0j}$  se puede interpretar como el voltaje en el nodo de carga debido a la contribución de los generadores y la topología del sistema. Por su parte,  $S_{j+}$  incluye dos componentes a saber: la potencia nodal  $S_j$  y la potencia equivalente de los demás nodos de carga,  $S_j^{corr}$  así,

$$S_{j+} = S_j + S_j^{corr} \quad (29)$$

$$S_j^{corr} = \left( \sum_{\substack{i \in \alpha_L \\ i \neq j}} \frac{Z_{ji}^* S_i}{Z_{jj}^* V_i} \right) \bar{V}_j$$

A partir de lo anterior se define el indicador  $L$  para cada barra de carga  $j$  como:

$$L_j = \left| 1 + \frac{\bar{V}_{0j}}{\bar{V}_j} \right| = \left| \frac{S_j^+}{Y_{jj}^* V_j^2} \right| \quad (30)$$

$$L_j = \left| 1 - \sum_{i=1}^{N_g} \left| F_{ji} \right| \frac{V_i}{V_j} \angle(\theta_{ji} + \delta_i - \delta_j) \right|$$

Donde  $V_i$  es la magnitud del voltaje en los nodos de generación,  $\theta_{ji}$  es el ángulo de fase del término  $F_{ji}$ ,  $\delta_i$  el ángulo de fase del voltaje de la  $i$ -ésima unidad de generación y  $N_g$  el número de generadores.

Para su implementación en el OPF, la ecuación (30) se puede reescribir en forma cartesiana como sigue:

$$L_j = \left| L_{jR} + jL_{jI} \right| \quad (31)$$

donde

$$L_{jR} = 1 - \sum_{i=1}^{N_g} \left| F_{ji} \right| \frac{V_i}{V_j} \cos(\theta_{ji} + \delta_i - \delta_j) \quad (32)$$

$$L_{jI} = \sum_{i=1}^{N_g} \left| F_{ji} \right| \frac{V_i}{V_j} \text{sen}(\theta_{ji} + \delta_i - \delta_j) \quad (33)$$

Incorporando el índice anterior en las ecuaciones de flujo de potencia óptimo, del modelo planteado en las ecuaciones (2) a (13) se adicionan las ecuaciones (34) y (35).

$$L_j = \sqrt{L_{jR}^2 + L_{jI}^2} \quad (34)$$

$$L_j < 1 \quad (35)$$

Por último, la función objetivo toma la siguiente forma:

$$\text{Min} \quad \sum_{i \in PQ=1}^N L_i \quad (36)$$

#### IV. CUANTIFICACIÓN DE LA ESTABILIDAD DEL SISTEMA

Debido a que se implementarán tres técnicas para mejorar la estabilidad del sistema y analizar el efecto del despacho, es necesario cuantificar los estados de operación obtenidos desde el punto de vista de la estabilidad.

Para lo anterior se hará uso del análisis modal, la cual es una técnica basada en el uso de la información de los valores propios y los vectores propios de la matriz Jacobiana reducida del sistema de potencia. Los valores propios de la matriz Jacobiana reducida identifican diferentes modos a través de los cuales el sistema puede volverse inestable y sus magnitudes proveen una medida relativa de proximidad a la inestabilidad. Los valores propios son interpretados de la siguiente manera: si todos los valores propios son positivos, indica que el sistema es estable en voltaje y entre menor sea su magnitud más cerca se encuentra de la inestabilidad; si al menos uno de los valores propios es igual a cero, esto indica que la estabilidad de voltaje del sistema se encuentra en un punto crítico y si al menos uno de los valores propios es negativo, el sistema ha pasado el punto crítico de estabilidad de voltaje.

Para su cálculo se procede de la siguiente manera:

1. Se construye la matriz Jacobiana que representa el punto de operación  $(V, \theta, Pg, Qg)$  del sistema dado por el OPF.

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{P\theta} & J_{PV} \\ J_{Q\theta} & J_{QV} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (37)$$

2. Se calcula la matriz Jacobiana reducida.

$$J_R = \left[ J_{QV} - J_{Q\theta} \cdot J_{P\theta}^{-1} \cdot J_{PV} \right] \quad (38)$$

3. Finalmente, la estabilidad de voltaje del sistema se cuantifica mediante el cálculo de los valores singulares o propios de la matriz Jacobiana reducida.

#### V. SISTEMA DE PRUEBA Y RESULTADOS

Con el fin de implementar las metodologías presentadas para el flujo de carga óptimo con restricciones de estabilidad de voltaje, se utilizó el sistema de prueba IEEE de 24 nodos [15], mostrado en la figura 1 con los datos expuestos en las tablas I, II y III. Se consideran despachados todos los generadores y se utiliza el valor de demanda correspondiente a la hora 19.

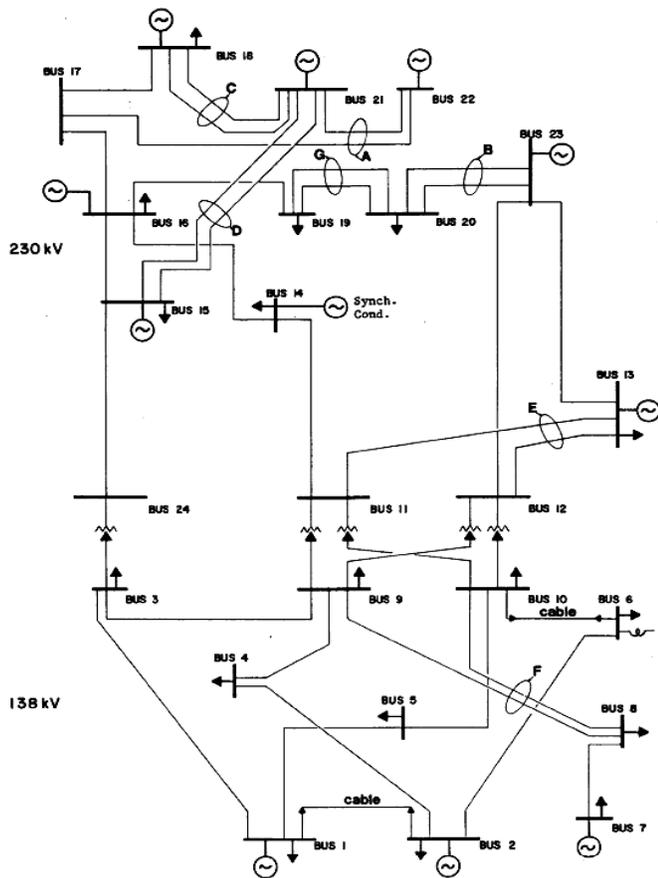


Fig. 1 Sistema de prueba IEEE de 24 Nodos.

TABLA I  
DATOS DE LÍNEA DEL SISTEMA DE PRUEBA IEEE DE 24 NODOS

	Ni	Nf	R	X	Bs	S <sup>max</sup>
L1	1	2	0.0026	0.0139	0.4611	1.9300
L2	1	3	0.0546	0.2112	0.0572	2.0800
L3	1	5	0.0218	0.0845	0.0229	2.0800
L4	2	4	0.0328	0.1267	0.0343	2.0800
L5	2	6	0.0497	0.1920	0.0520	2.0800
L6	9	3	0.0308	0.1190	0.0322	2.0800
L7	24	3	0.0023	0.0839	0	5.1000
L8	9	4	0.0268	0.1037	0.0281	2.0800
L9	10	5	0.0228	0.0883	0.0239	2.0800
L10	10	6	0.0139	0.0605	2.4590	1.9300
L11	7	8	0.0159	0.0614	0.0166	2.0800
L12	9	8	0.0427	0.1651	0.0447	2.0800
L13	10	8	0.0427	0.1651	0.0447	2.0800
L14	11	9	0.0023	0.0839	0	5.1000
L15	12	9	0.0023	0.0839	0	5.1000
L16	11	10	0.0023	0.0839	0	5.1000
L17	12	10	0.0023	0.0839	0	5.1000
L18	13	11	0.0060	0.0480	0.1000	6
L19	14	11	0.0054	0.0418	0.0879	6
L20	13	12	0.0060	0.0480	0.1000	6
L21	23	12	0.0124	0.0966	0.2030	6
L22	13	23	0.0111	0.0865	0.1818	6
L23	16	14	0.0050	0.0589	0.0818	6
L24	16	15	0.0022	0.0173	0.0364	6
L25	21	15	0.0063	0.0490	0.1030	6
L26	21	15	0.0063	0.0490	0.1030	6
L27	15	24	0.0067	0.0519	0.1091	6

L28	17	16	0.0030	0.0259	0.0545	6
L29	19	16	0.0030	0.0231	0.0485	6
L30	18	17	0.0018	0.0144	0.0303	6
L31	22	17	0.0135	0.1053	0.2212	6
L32	18	21	0.0033	0.0269	0.0545	6
L33	18	21	0.0033	0.0269	0.0545	6
L34	19	20	0.0051	0.0396	0.0833	6
L35	19	20	0.0051	0.0396	0.0833	6
L36	23	20	0.0028	0.0216	0.0455	6
L37	23	20	0.0028	0.0216	0.0455	6
L38	21	22	0.0087	0.0678	0.1424	6

TABLA II  
DATOS DE DEMANDA (HORA 19) PARA EL SISTEMA DE PRUEBA

	Pd	Qd
N1	1.08	0.22
N2	0.97	0.20
N3	1.80	0.37
N4	0.74	0.15
N5	0.71	0.14
N6	1.36	0.28
N7	1.25	0.25
N8	1.71	0.35
N9	1.75	0.36
N10	1.95	0.40
N13	2.65	0.54
N14	1.94	0.39
N15	3.17	0.64
N16	1.00	0.20
N18	3.33	0.68
N19	1.81	0.37
N20	1.28	0.26

TABLA III  
DATOS DE GENERACIÓN DEL SISTEMA DE PRUEBA IEEE DE 24 NODOS

Nodo	Pg <sup>min</sup>	Pg <sup>max</sup>	Costo (\$/MW)	Qg <sup>min</sup>	Qg <sup>max</sup>	
G1	1	0.158	0.2	5839	0	0.10
G2	1	0.158	0.2	5839	0	0.10
G3	1	0.152	0.76	1917.65	-0.25	0.3
G4	1	0.152	0.76	1917.65	-0.25	0.3
G5	2	0.158	0.2	5839	0	0.10
G6	2	0.158	0.2	5839	0	0.10
G7	2	0.152	0.76	1917.65	-0.25	0.3
G8	2	0.152	0.76	1917.65	-0.25	0.3
G9	7	0.25	1.0	2722	0	0.6
G10	7	0.25	1.0	2722	0	0.6
G11	7	0.25	1.0	2722	0	0.6
G12	13	0.69	1.97	3001.41	0	0.8
G13	13	0.69	1.97	3001.41	0	0.8
G14	13	0.69	1.97	3001.41	0	0.8
G15	14	0	0	0	-0.50	2.00
G16	15	0.024	0.12	3506.6	0	0.06
G17	15	0.024	0.12	3506.6	0	0.06
G18	15	0.024	0.12	3506.6	0	0.06
G19	15	0.024	0.12	3506.6	0	0.06
G20	15	0.024	0.12	3506.6	0	0.06
G21	15	0.542	1.55	1487.06	-0.5	0.8
G22	16	0.542	1.55	1487.06	-0.5	0.8
G23	18	1.00	4.00	1754.63	-0.5	2.0
G24	21	1.00	4.00	1754.63	-0.5	2.0

G25	22	0	0.5	0	-0.1	0.16
G26	22	0	0.5	0	-0.1	0.16
G27	22	0	0.5	0	-0.1	0.16
G28	22	0	0.5	0	-0.1	0.16
G29	22	0	0.5	0	-0.1	0.16
G30	22	0	0.5	0	-0.1	0.16
G31	23	0.542	1.55	1487.06	-0.5	0.8
G32	23	0.542	1.55	1487.06	-0.5	0.8
G33	23	1.4	3.5	1417.05	-0.25	1.5

Para comparar los OPF implementados, se definieron como nodos de carga aquellos que no tienen generación de potencia activa ni reactiva (N3, N4, N5, N6, N8, N9, N10, N11, N12, N17, N19, N20, N24). Sin embargo, debido a que se tienen diferentes puntos de operación, un nodo con capacidad de generación podría ser no despachado y volverse un nodo de carga. Este caso, no fue considerado ya que aumentaría los modos de operación del sistema (un nuevo valor propio) y complicaría la comparación entre los OPF.

#### A. Despacho de potencia activa y reactiva para cada OPF.

TABLA IV  
POTENCIA ACTIVAS Y REACTIVAS GENERADAS (OPF-1)

Nodo	Pg	Qg	
G1	1	0,1580	0,0000
G2	1	0,1580	0,0000
G3	1	0,7600	-0,2500
G4	1	0,7600	-0,2500
G5	2	0,1580	0,0000
G6	2	0,1580	0,0000
G7	2	0,7600	-0,2500
G8	2	0,7600	-0,2500
G9	7	0,4240	0,4164
G10	7	1,0000	0,0000
G11	7	1,0000	0,0000
G12	13	0,6900	0,3355
G13	13	0,6900	0,0000
G14	13	0,6900	0,0000
G15	14	0,0000	0,5938
G16	15	0,0240	0,0600
G17	15	0,0240	0,0600
G18	15	0,0240	0,0600
G19	15	0,0240	0,0600
G20	15	0,0240	0,0600
G21	15	1,5500	0,8000
G22	16	1,5500	0,8000
G23	18	4,0000	1,0106
G24	21	4,0000	0,7107
G25	22	0,5000	-0,1000
G26	22	0,5000	-0,1000
G27	22	0,5000	-0,1000
G28	22	0,5000	-0,0278
G29	22	0,5000	0,0000
G30	22	0,5000	0,0000
G31	23	1,5500	0,8000
G32	23	1,5500	0,1228
G33	23	3,5000	0,0000

TABLA V  
POTENCIA ACTIVAS Y REACTIVAS GENERADAS MEDIANTE LOS OPF

	Nodo	OPF-2		OPF-3		OPF-4	
		Pg	Qg	Pg	Qg	Pg	Qg
G1	1	0,2000	0,0000	0,2000	0,0000	0,2000	0,0000
G2	1	0,2000	0,0000	0,2000	0,0000	0,2000	0,0000
G3	1	0,7600	-0,2500	0,7600	-0,2500	0,7600	-0,2500
G4	1	0,7600	-0,2500	0,7600	-0,2500	0,7600	-0,2500
G5	2	0,2000	0,0000	0,2000	0,0000	0,2000	0,0000
G6	2	0,2000	0,0000	0,2000	0,0000	0,2000	0,0000
G7	2	0,7600	-0,2500	0,7600	-0,2500	0,7600	-0,2500
G8	2	0,7600	-0,2500	0,7600	-0,2500	0,7600	-0,2500
G9	7	0,2500	0,4077	0,2500	0,6000	0,2500	0,6000
G10	7	0,6224	0,0000	0,2500	0,6000	0,2500	0,6000
G11	7	1,0000	0,0000	0,2500	0,4849	0,2500	0,4846
G12	13	0,6900	0,3784	0,6900	0,0000	0,6900	0,0707
G13	13	1,6703	0,0000	0,6900	0,0000	0,6900	0,0000
G14	13	1,9700	0,0000	1,9052	0,0000	1,9056	0,0000
G15	14	0,0000	0,6698	0,0000	-0,4226	0,0000	-0,5000
G16	15	0,1200	0,0600	0,1200	0,0600	0,1200	0,0600
G17	15	0,1200	0,0600	0,1200	0,0600	0,1200	0,0600
G18	15	0,1200	0,0600	0,1200	0,0600	0,1200	0,0600
G19	15	0,1200	0,0600	0,1200	0,0600	0,1200	0,0600
G20	15	0,1200	0,0600	0,1200	0,0600	0,1200	0,0600
G21	15	1,5500	0,8000	1,5500	0,8000	1,5500	0,8000
G22	16	1,5500	0,8000	1,5500	0,8000	1,5500	0,8000
G23	18	4,0000	1,0338	4,0000	1,2179	4,0000	1,2295
G24	21	4,0000	0,6664	4,0000	0,5325	4,0000	0,5443
G25	22	0,5000	-0,0365	0,5000	-0,1000	0,5000	-0,1000
G26	22	0,5000	-0,1000	0,5000	-0,1000	0,5000	-0,1000
G27	22	0,5000	-0,1000	0,5000	-0,1000	0,5000	-0,1000
G28	22	0,5000	-0,1000	0,5000	-0,0514	0,5000	-0,0498
G29	22	0,5000	0,0000	0,5000	0,0000	0,5000	0,0000
G30	22	0,5000	0,0000	0,5000	0,0000	0,5000	0,0000
G31	23	1,2454	0,4423	1,5500	0,8000	1,5500	0,8000
G32	23	1,5500	0,0000	1,5500	0,8000	1,5500	0,8000
G33	23	1,4000	0,0000	3,5000	0,6262	3,5000	0,6130

TABLA VI  
COSTOS DE OPERACIÓN

OPF	Costo
1	50968,22
2	55486,13
3	52722,90
4	52724,22

#### B. Comportamiento de los valores propios.

TABLA VII  
VALORES PROPIOS

Modo	OPF-1	OPF-2	OPF-3	OPF-4
1	127,4736	127,4977	127,6653	127,6502
2	100,8197	100,4902	102,4802	102,4623
3	86,0634	86,3731	86,3273	86,0121
4	63,3369	63,6286	63,5491	63,276
5	58,1575	58,3923	58,8045	58,5883
6	9,1157	9,1172	9,0278	8,9898
7	11,9753	12,0235	12,0946	12,0681
8	15,6746	15,7341	15,7744	15,7498
9	25,2562	25,0884	26,0005	25,9437
10	22,0427	22,146	22,3095	22,2688
11	36,566	36,6118	36,9041	36,807

12	41,8753	41,9751	42,0571	41,9376
13	47,0555	46,9229	47,7956	47,7866

TABLA VIII  
VARIACIÓN DE LOS VALORES PROPIOS RESPECTO AL CASO BASE

Modo	OPF-1	OPF-2	OPF-3	OPF-4
1	127,4736	0,0241	0,1917	0,1766
2	100,8197	-0,3295	1,6605	1,6426
3	86,0634	0,3097	0,2639	-0,0513
4	63,3369	0,2917	0,2122	-0,0609
5	58,1575	0,2348	0,6470	0,4308
6	9,1157	0,0015	-0,0879	-0,1259
7	11,9753	0,0482	0,1193	0,0928
8	15,6746	0,0595	0,0998	0,0752
9	25,2562	-0,1678	0,7443	0,6875
10	22,0427	0,1033	0,2668	0,2261
11	36,566	0,0458	0,3381	0,2410
12	41,8753	0,0998	0,1818	0,0623
13	47,0555	-0,1326	0,7401	0,7311

En la tabla VIII, se observa como los valores propios tienden a aumentar con cada flujo de potencia óptimo implementado, sin embargo, cada OPF no incrementa en su totalidad los valores propios y se observa que en algunos valores propios, la variación es negativa. Respecto al mínimo valor propio, se observa que solo el OPF-1 mejora su valor (variación positiva) aunque no significativamente, indicando que este modo de operación no es muy dependiente del despacho de generación y depende de otros factores del sistema.

### C. Comportamiento de la generación de potencia activa y reactiva.

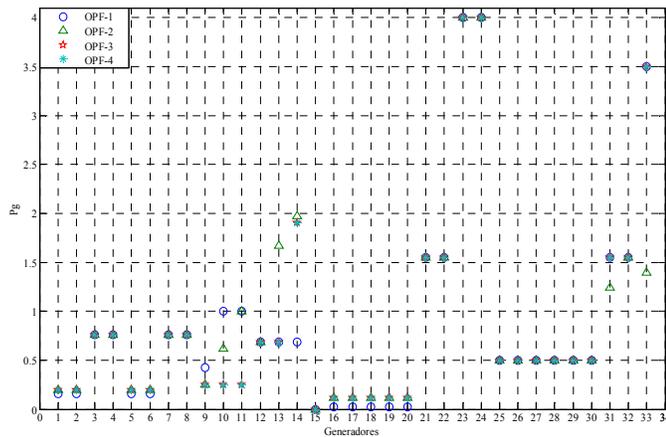


Fig. 2 Potencias activas generadas.

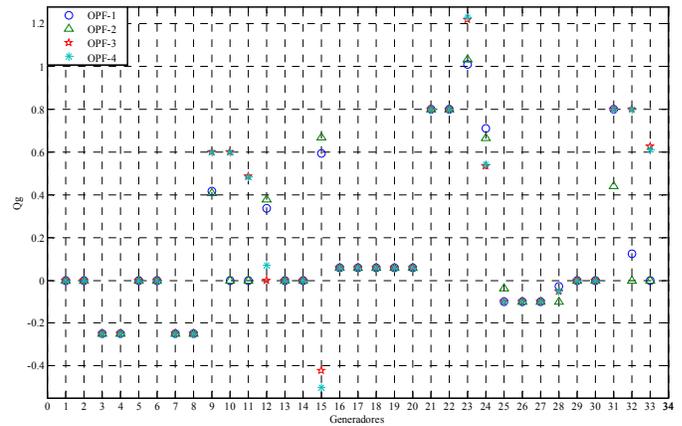


Fig. 3 Potencias reactivas generadas.

### D. Perfiles de tensión en los diferentes casos.

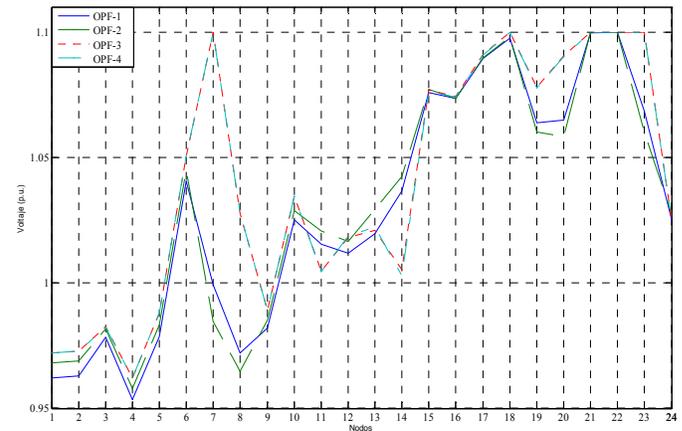


Fig. 4 Perfiles de tensión en el sistema.

Los resultados muestran incremento en el costo operativo, indicando la necesidad de hacer redespachos con el fin de aumentar el margen de cargabilidad del sistema. El OPF-3, muestra la solución más económica con incremento en la inyección de potencia activa en el nodo 13 (generador 14), sin embargo, esta solución es la que mayor potencia reactiva exige en el sistema ya que, como se observa en la Fig. 3, incrementa la generación de potencia reactiva en los generadores 9, 10, 11, 23 y 33 (nodos 7, 18 y 23). Comportamiento similar se obtiene con el OPF-4. Efecto contrario se observa con la maximización del parámetro de cargabilidad  $\lambda$  (OPF-2) donde exige mayor inyección de potencia activa a los generadores 13 y 14 (nodo 13) con un leve incremento de generación reactiva en los generadores 12, 15, 23 y 25 (nodos 13, 14, 18 y 22.)

Finalmente, en las figuras 2 y 3 se observa como diferentes metodologías indican la necesidad de inyección de potencia activa y reactiva en puntos estratégicos del sistema, por ejemplo, en el nodo 13 se exige mayor potencia activa (generadores 13 y 14) y en el nodo 7, 18 y 23 mayor potencia reactiva (generadores 9, 10, 11, 23 y 33). Además, la Fig. 4 muestra que algunos nodos deben aumentar su perfil de tensión para aumentar el margen de cargabilidad del sistema.

## VI. CONCLUSIONES

La estabilidad de voltaje no solo es afectada por la cantidad de reactivos en el sistema, también es afectada por la cantidad

de potencia activa disponible, por lo tanto, si se desea un sistema seguro desde el punto de vista de la estabilidad de voltaje se debe incrementar el costo operativo del sistema.

La metodología de máxima cargabilidad del sistema, utilizando el parámetro  $\lambda$ , muestra ser una herramienta más eficiente que aquellas que intentan maximizar índices, ya que con un incremento moderado en el costo operativo, aumenta el margen de cargabilidad del sistema.

En los OPF implementados, la carga permaneció constante, por lo tanto, las metodologías mostradas indican la necesidad de redistribuir las potencias generadas en el sistema, haciendo que generadores que no están en mérito sean despachados para aumentar el margen de cargabilidad del sistema. Lo anterior es coherente con las investigaciones realizadas en estabilidad de tensión, donde una de las causas de la inestabilidad de tensión, es la generación eléctricamente alejadas de las cargas.

Finalmente, el incremento de la seguridad en el sistema, desde el punto de vista de la estabilidad, requiere de un punto de operación con altos perfiles de tensión, lo que implica incremento en la generación de potencia activa y reactiva.

## VII. AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen la financiación otorgada al proyecto de investigación “Proyección Operativa de Seguridad de Voltaje” por parte de COLCIENCIAS y XM S.A. E.S.P. provenientes del Convenio Interadministrativo de Cooperación Técnicas No. 055-SENA y 030-2005 COLCIENCIAS.

## VIII. REFERENCIAS

- [1] J. Carpentier. “Contribution al’Etude du Dispatching Economique”. *Bulletin de la Soci’ete Française des Electriciens*, Ser. 8, Vol. 3, pp. 431-447. August 1962.
- [2] H. W. Dommel, W. F. Tinney. “Optimal Power Flow Solutions”. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-87(10), 1866-1876 (October 1968).
- [3] J. A. Momoh, M. E. El-Hawary and R. Adapa. “A review of selected optimal power flow literature to 1993. I Nonlinear and quadratic programming approaches”. *IEEE Transactions on Power Systems*, 14(1), 96-104 (February 1999).
- [4] J. A. Momoh, M. E. El-Hawary and R. Adapa. “A review of selected optimal power flow literature to 1993. II Newton, linear programming and interior point methods”. *IEEE Transactions on Power Systems*, (1), 105-111 (February 1999).
- [5] K. S. Pandya, S. K. Joshi. “A Survey of Optimal Power Flow Methods”. *Journal of Theoretical and Applied Information Technology*. Vol. 4, No. 5 pp. 450-458. May 2008.
- [6] Milano Federico, Cañizales A. Claudio, Invernizzi Marco. “Voltage Stability Constrained OPF Market Models Considering N-1 Contingency Criteria”, *Electric Power System Research*. July 2004
- [7] Rosehart W., Canizares C., Quintana, V. “Optimal power flow incorporating voltage collapse constraints”. *Power Engineering Society Summer Meeting, 1999*. IEEE Volume 2, 18-22 July 1999 Page(s):820 - 825 vol.2.
- [8] D. A. Arias, A. A. Mota, L. T. M. Mota, C. A. Castro. “A Bilevel Programming Approach for Power System Operation Planning Considering Voltage Stability and Economic Dispatch”. *IEEE PES Transmission and Distribution Conference and Exposition Latin-American*. Bogota 2008.
- [9] Wenjuan Zhang, Fangxing Li, Tolbert L.M. “Voltage stability constrained optimal power flow (VSCOPF) with two sets of variables (TSV) for reactive power planning”. *Transmission and Distribution*

*Conference and Exposition, 2008. T&D. IEEE/PES 21-24 April 2008* Page(s):1 - 6.

- [10] Marcolini A. M., Trigo A. L., Ramos J. L. M., Mauricio J. M. “Preventive control actions to enlarge the load margin using VSCOPF & sensitivity techniques”. *Power Tech, 2007 IEEE Lausanne 1-5 July 2007* Page(s):1468 - 1473.
- [11] Sinha A. K., Hazarika D. “A comparative study of voltage stability indices in a power system”. *Electrical power and Energy system. ELSEVIER*, Vol. 22, pp. 589-596, 2000.
- [12] S. Kim, T.-Y. Song, M.-H. Jeong, B. Lee, Y.-H. Moon, J.-Y. Namkung, G. Jang. “Development of Voltage Stability Constrained Optimal Power Flow (VSCOPF)”, *IEEE Power Engineering Society Summer Meeting*, vol. 3, Issue, pp. 1664 - 1669. Vancouver, BC, Canada. 2001
- [13] P. Kessel and H. Glavitsch. “Estimating the Voltage Stability of a Power System”, *IEEE Trans. On Power Delivery*, Vol. PWRD-I, No. 3, pp. 346-354, July 1986.
- [14] Borka Milosevic, Miroslav Begovic. “Voltage-Stability Protection and Control Using a Wide-Area Network of Phasor Measurement”. *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 18. No. 1. (February 1999).
- [15] Reliability Test System Task Force of the Application of Probability Methods Subcommittee. IEEE Reliability Test System. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-98(6): pp. 2047 2054, Nov/Dic 1979.
- [16] Bijwe P.R.; Kothari D.P. y Kelapure S.M.. “An efficient approach for contingency ranking based on voltage stability”. *Electrical Power & Energy Systems*, Vol. 26 (2004); p. 143-149.
- [17] Ivan S, Gregor V, Ferdinand G. “Local voltage-stability index using Thelegen theorem” *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 21, No. 3 (August 2006).

## IX. BIOGRAFÍAS

**Mario A. Ríos** (M’1989) nació en Bogotá, Colombia, en 1968. Es ingeniero Eléctrico (1991) y Magister en Ingeniería Eléctrica (1992) de la Universidad de Los Andes, Bogotá, Colombia. Doctor en Ingeniería Eléctrica del INPG-LEG (1998), Francia; y Doctor en Ingeniería de la Universidad de Los Andes (1998). Actualmente, es profesor asociado del Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica de la Universidad de Los Andes (Colombia). Anteriormente, fue investigador del MCEE de UMIST y consultor por aprox. 14 años en Consultoría Colombiana S.A. (e-mail: [mrrios@uniandes.edu.co](mailto:mrrios@uniandes.edu.co)).

**Carlos Julio Zapata** ingeniero electricista de la Universidad Tecnológica de Pereira (Pereira, Colombia) (1991) y magister en ingeniería eléctrica de la Universidad de Los Andes (1996). Durante 11 años laboró para Consultoría Colombiana S. A. Desde el año 2001 labora como docente e investigador en la Universidad Tecnológica de Pereira. Actualmente es estudiante del programa de doctorado en ingeniería de la Universidad de los Andes. (e-mail: [cjzapata@utp.edu.co](mailto:cjzapata@utp.edu.co)).

**Oscar Gómez Carmona** es ingeniero electricista (2003) y magister en ingeniería eléctrica (2005) de la Universidad Tecnológica de Pereira. Desde el año 2006 labora como docente e investigador en la Universidad Tecnológica de Pereira. (e-mail: [jr@utp.edu.co](mailto:jr@utp.edu.co)).